

Vektor

Pengetian

Besaran vektor adalah besaran yang punya nilai dan arah. Contohnya gaya, kecepatan, percepatan. Selain besaran vektor, besaran lain yang hanya punya nilai disebut besaran skalar, seperti massa, waktu, suhu.

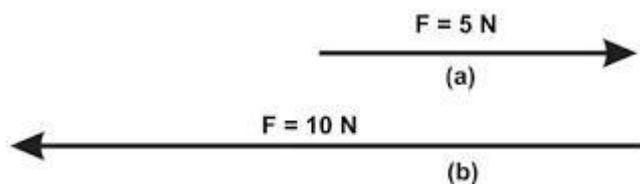
Sebuah vektor digambarkan dengan sebuah anak panah (\rightarrow) yang terdiri atas pangkal, panjang dan arah anak panah. Perhatikan gambar contoh vektor berikut ini:



Cara Menggambar Vektor

Pada gambar anak panah di atas, pangkal anak panah menunjukkan titik tangkap (titik awal) sebuah vektor, panjang anak panah mewakili besar atau nilai vektor (semakin panjang anak panah maka semakin besar nilai atau harga vektor dan sebaliknya), sedangkan arah anak panah menunjukkan arah vektor.

Untuk lebih jelas mengenai cara menggambarkan vektor, perhatikan contoh gambar vektor di bawah ini.



Contoh Gambar Vektor

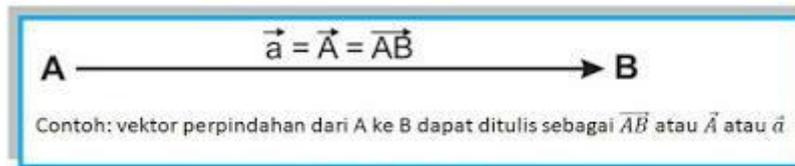
Gambar (a) menunjukkan vektor gaya F sebesar 5 N ke arah kanan

Gambar (b) menunjukkan vektor gaya F sebesar 10 N ke arah kiri.

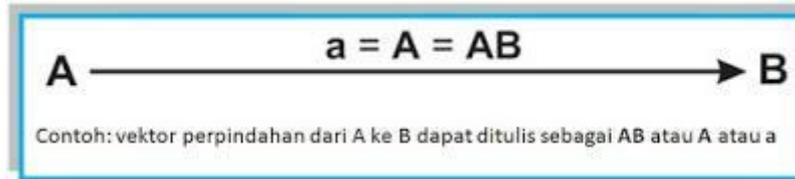
Cara Menuliskan Notasi Vektor

Penulisan simbol atau lambang vektor dapat dilakukan dengan 2 cara sebagai berikut:

1. Vektor disimbolkan dengan dua huruf besar atau satu huruf yang di atasnya diberi tanda anak panah.



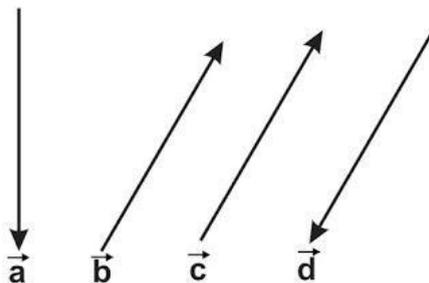
2. Vektor disimbolkan dengan dua huruf besar atau satu huruf yang ditebalkan



Jika kalian menggunakan dua huruf, maka huruf pertama (A) merupakan titik **asal vektor**, atau juga disebut **pangkal vektor**. Sementara huruf di belakang (B) merupakan **arah vektor** atau **titik terminal** atau **ujung vektor**.

Macam-Macam Vektor

Di dalam fisika, jenis-jenis vektor ada dua macam, yaitu vektor sejajar dan vektor berlawanan. Untuk lebih jelas mengenai kedua macam vektor ini, perhatikan gambar berikut:



Gambar Macam-Macam Vektor

1. Vektor Sejajar

Vektor sejajar adalah dua vektor atau lebih yang mempunyai arah dan besar yang sama. Pada gambar di atas, contoh vektor sejajar adalah vektor **b** dan **c**.

2. Vektor Berlawanan

Vektor berlawanan adalah dua atau lebih vektor yang mempunyai besar yang sama tetapi arahnya berlawanan. Pada gambar di atas, contoh vektor berlawanan adalah vektor **c** dan **d**.

Sifat-Sifat Vektor

Vektor memiliki sifat-sifat seperti berikut ini:

1. Dapat dipindahkan dengan syarat nilai/besar dan arahnya tidak berubah
2. Dapat dijumlahkan
3. Dapat dikurangkan
4. Dapat diuraikan
5. Dapat dikalikan

Besar Vektor

Dari keterangan sebelumnya, kita tahu bahwa selain memiliki arah, vektor juga memiliki besar yang dinyatakan sebagai **besar vektor**. Besar vektor menyatakan nilai dari suatu vektor. Besar vektor dinyatakan dengan simbol huruf yang ditulis miring tanpa ditebalkan dan tanpa tanda anak panah (\rightarrow) di atasnya, atau dituliskan sebagai harga mutlak ($|$) vektor tersebut.

$$\text{Besar dari vektor } \vec{A} = A = |A|$$

Berdasarkan definisinya, besar vektor merupakan besaran skalar dan nilainya selalu positif (+).

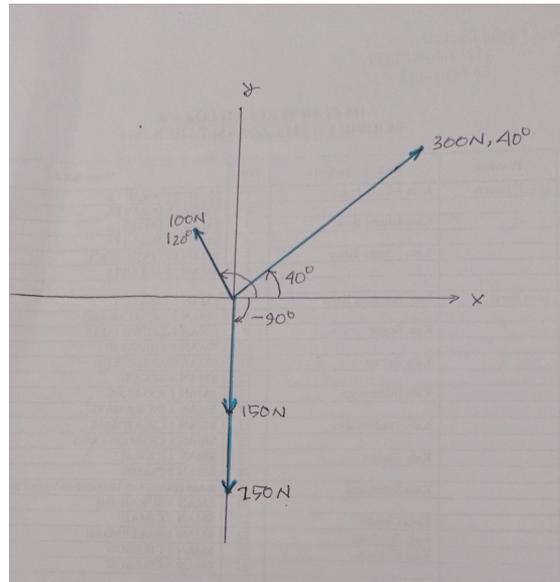
Sumber : <https://www.fisikabc.com/2017/04/pengenalan-vektor.html>

Soal:

Dengan menggunakan mistar, busur serta dengan skala yang sama, lukis vektor berikut: (catatan arah dinyatakan dengan sudut, dimulai dari di sumbu x positif berputar berlawanan jarum jam)

- a. Gaya 300 N arah 40°
- b. Gaya 100 N arah 120°
- c. Gaya 250 N arah 270°
- d. Gaya 150 N arah -90°

Jawab:



Dengan skala 1 cm = 50 N

Cara Menjumlah besaran vektor :

A. Dengan grafis

Persyaratannya : ukuran dan arah harus akurat, sehingga memerlukan mistar dan busur untuk menjumlahkan.

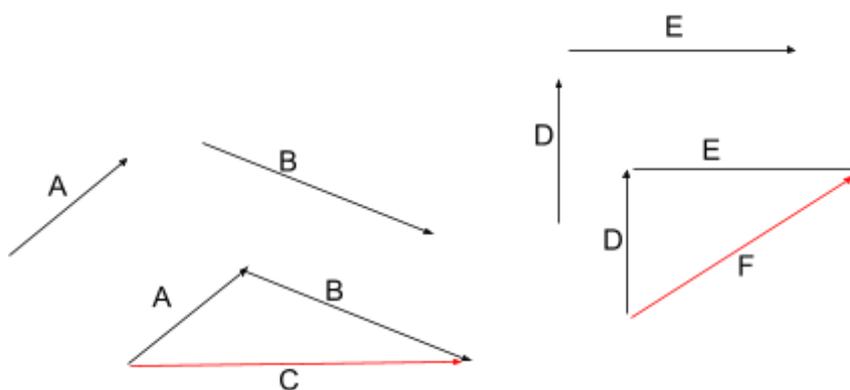
B. Dengan rumus

Persyaratan: memahami aturan trigonometri yaitu sinus, cosinus, dan tangen

A. Penjumlahan vektor dengan grafis

1. Metode segitiga

Perhatikan gambar berikut:



$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C},$$

Caranya, lukis kedua anak panah yang mewakili vektor A dan B. Ujung anak panah vektor A ditempel pada ekor anak panah vektor B, nilai dari resultan vektor $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ adalah sama dengan panjang garis yang ditarik dari ekor anak panah A sampai ujung anak panah B, yaitu garis C. panjang dari anak panah C merupakan nilai dari resultan vektor $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, sedangkan arah dari anak panah C adalah arah dari resultan vektor $\mathbf{A} + \mathbf{B}$.

D + E = F

Caranya, lukis kedua anak panah yang mewakili vektor D dan E. Ujung anak panah vektor D ditempel pada ekor anak panah vektor E, nilai dari resultan vektor $D + E$ adalah sama dengan panjang garis yang ditarik dari ekor anak panah D sampai ujung anak panah E, yaitu garis F. panjang dari anak panah F merupakan nilai dari resultan vektor $D + E$, sedangkan arah dari anak panah F adalah arah dari resultan vektor $D + E$.

Catatan : panjang dan arah anak panah harus tepat, jika nilai vektor besar, maka panjang anak panah dapat merupakan ukuran yang berskala. misal 1 cm mewakili vektor gaya 500 N, jika akan melukis vektor gaya yang nilainya 2000N, harus dilukis sepanjang 4 cm.

Soal:

Tiga buah vektor gaya masing masing :

$$F_1 = 400 \text{ N dengan sudut } 0^\circ$$

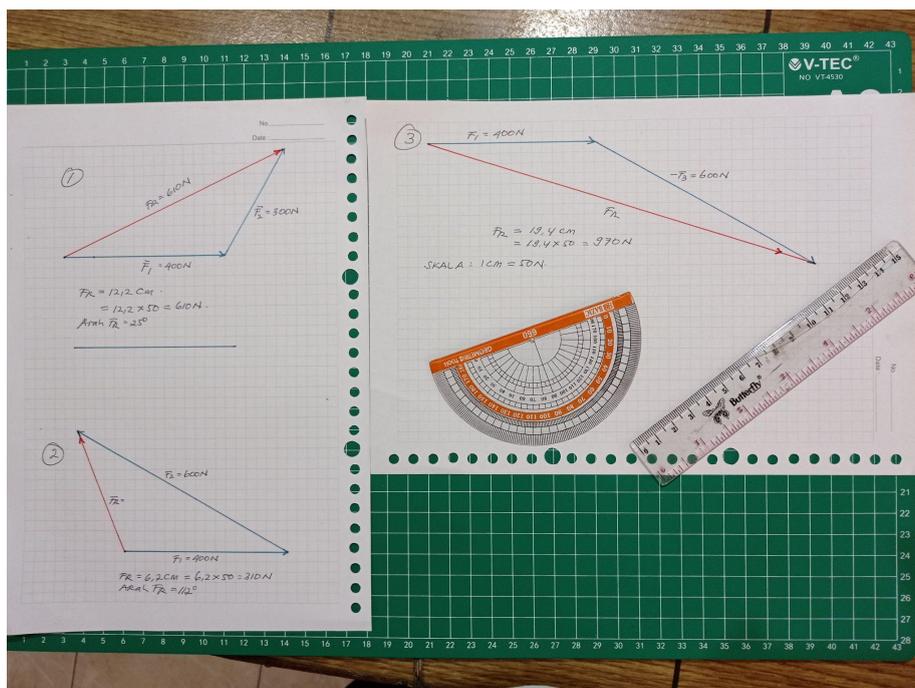
$$F_2 = 300 \text{ N dengan sudut } 60^\circ$$

$$F_3 = 600 \text{ N dengan sudut } 150^\circ$$

Dengan metode segitiga hitunglah :

1. $F_1 + F_2$
2. $F_1 + F_3$
3. $F_2 - F_3$

Jawab:



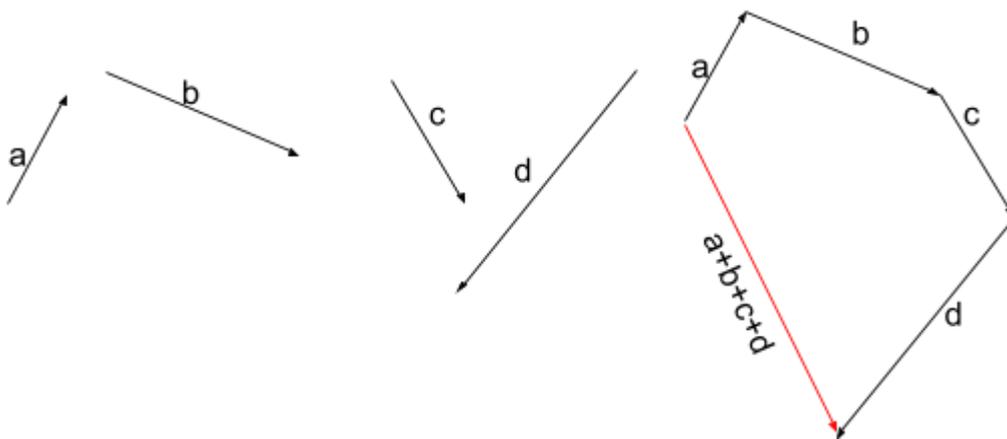
Dikerjakan menggunakan kertas strimin. Menggunakan mistar dan busur Sudut 0° pada sumbu x positif skala $1\text{ cm} = 50\text{ N}$

1. Panjang Garis $F_R = 12,2$ cm
 $|F_R| = 12,2 \times 50 = 610$ N
 Arah $F_R = 25^\circ$
2. Panjang Garis $F_R = 6,2$ cm
 $|F_R| = 6,2 \times 50 = 310$ N
 Arah $F_R = 112^\circ$
3. Panjang Garis $F_R = 19,4$ cm
 $|F_R| = 19,4 \times 50 = 970$ N
 Arah $F_R = -19^\circ$ atau $= 360 - 19^\circ = 341^\circ$

2. Metode head to tail / poligon

Metode penjumlahan vektor head to tail sebenarnya sama dengan penjumlahan metode segitiga, dengan penjumlahan lebih dari dua vektor.

Contoh :



Soal

Tiga buah vektor gaya masing masing :

$$F_1 = 400 \text{ N dengan sudut } 45^\circ$$

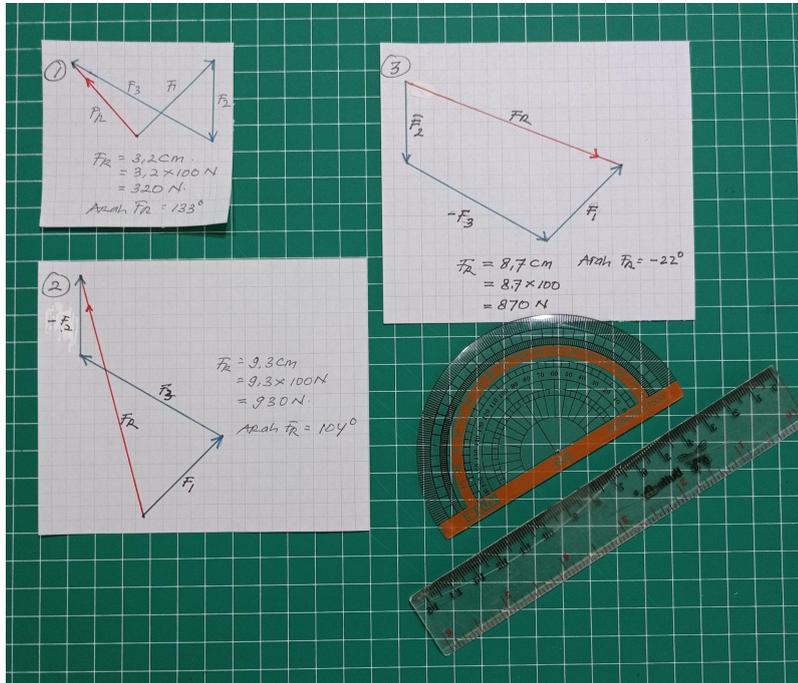
$$F_2 = 300 \text{ N dengan sudut } 270^\circ$$

$$F_3 = 600 \text{ N dengan sudut } 150^\circ$$

Dengan metode poligon hitunglah :

1. $F_1 + F_2 + F_3$
2. $F_1 + F_3 - F_2$
3. $F_2 - F_3 + F_1$

Jawab:



Dikerjakan menggunakan kertas strimin.

Menggunakan mistar dan busur

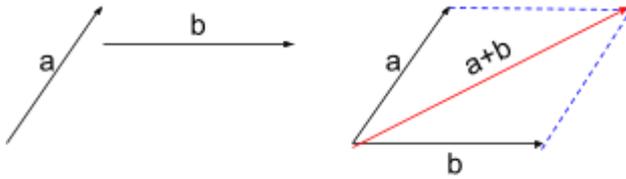
Sudut 0° pada sumbu x positif

skala 1 cm = 100 N

1. Panjang Garis $F_R = 3,2 \text{ cm}$
 $|F_R| = 3,2 \times 100 = 320 \text{ N}$
 Arah Garis $F_R = 133^\circ$
2. Panjang Garis $F_R = 9,3 \text{ cm}$
 $|F_R| = 9,3 \times 100 = 930 \text{ N}$
 Arah $F_R = 104^\circ$
3. Panjang $F_R = 8,7 \text{ cm}$
 $|F_R| = 8,7 \times 100 = 870 \text{ N}$
 Arah $F_R = -22^\circ$

3. Jajaran genjang

Metode jajaran genjang sedikit berbeda, yaitu pangkal vektor yang dijumlahkan dijadikan satu, kemudian dari ujung masing masing vektor ditarik garis yang sejajar dengan vektor pasangannya, contoh :



Pada metode jajaran genjang besar dan arah masing masing anak panah juga harus tepat, karena hasil penjumlahan adalah dengan mengukur panjang anak panah yang berada ditegah, dan arah vektor penjumlahan sama dengan arah anak panah yang ada di tengah tersebut.

Soal :

Tiga buah vektor gaya masing masing :

$$F_1 = 400 \text{ N dengan sudut } 45^\circ$$

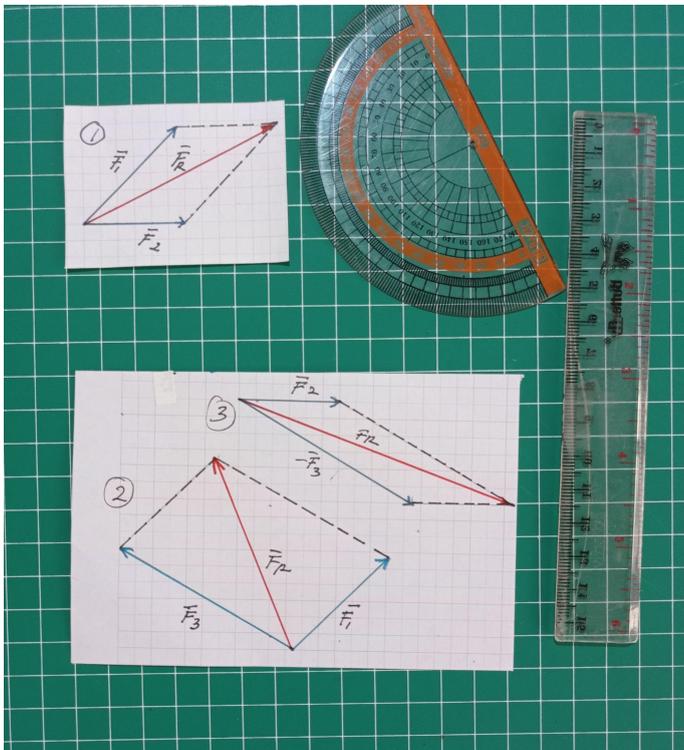
$$F_2 = 300 \text{ N dengan sudut } 0^\circ$$

$$F_3 = 600 \text{ N dengan sudut } 150^\circ$$

Dengan metode jajaran genjang hitunglah :

1. $F_1 + F_2$
2. $F_1 + F_3$
3. $F_2 - F_3$

Jawab:



Dikerjakan menggunakan kertas strimin.

Menggunakan mistar dan busur
Sudut 0° pada sumbu x positif
skala 1 cm = 100 N

1. Panjang Garis $F_R = 6,5 \text{ cm}$

$$|F_R| = 6,5 \times 100 = 650 \text{ N}$$

$$\text{Arah Garis } F_R = 26,5^\circ$$

2. Panjang $F_R = 6,3 \text{ cm}$

$$|F_R| = 6,3 \times 100 = 630 \text{ N}$$

$$\text{Arah } F_R = 112^\circ$$

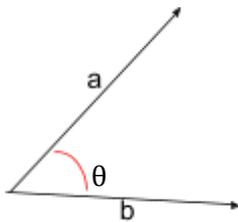
3. Panjang Garis $F_R = 8,9 \text{ cm}$

$$|F_R| = 8,9 \times 100 = 890 \text{ N}$$

$$\text{Arah } F_R = -20^\circ$$

B. Penjumlahan vektor dengan rumus:

1. Rumus Cosinus Vektor



Untuk dua vektor, dengan rumus cosinus sebagai berikut:

$$|c| = \sqrt{|a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| \cdot \cos\theta}$$

Dimana

$|a|$ = besar vektor a

$|b|$ = besar vektor b

θ = sudut yang diapit oleh kedua vektor

Pada penjumlahan metode cosinus vektor lukisan tidak perlu akurat, karena tidak digunakan.

Berikut tabel nilai trigonometri sudut istimewa yang biasa digunakan:

	0°	30°	37°	45°	53°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	0,6	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0,8	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	0,8	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0,6	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	3/4	1	4/3	$\sqrt{3}$	~	0	~	0

Perhatikan bahwa terdapat pola yang bisa memudahkan kalian menghafal nilai fungsi trigonometri

Jika sudutnya tidak istimewa (tidak ada pada tabel), maka silahkan gunakan kalkulator untuk menghitung nilai fungsi trigonometri

Soal

Dua buah vektor Gaya masing masing $F_1 = 30$ N tepat berada pada sumbu x positif dan $F_2 = 40$ N, membentuk 120° dari sumbu x positif berlawanan jarum jam. Hitunglah resultan kedua vektor dengan menggunakan rumus cosinus !

Jawab

Diketahui

$$F_1 = 30 \text{ N}$$

$$F_2 = 40 \text{ N}$$

$$\theta = 120^\circ$$

Ditanyakan :

$$\Sigma F = \dots$$

Penyelesaian :

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos\theta}$$

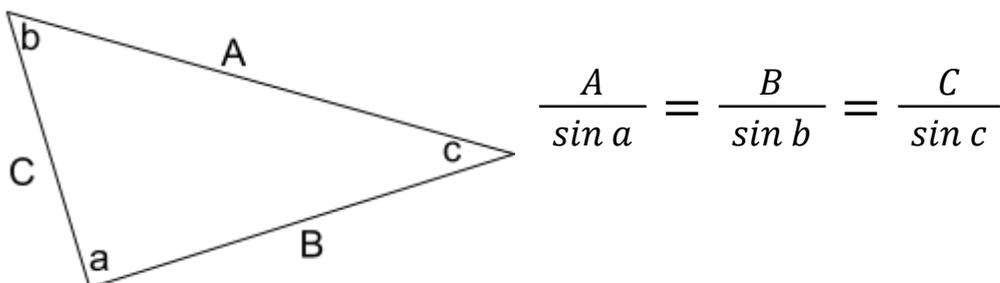
$$\Sigma F = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \cos 120}$$

$$\Sigma F = \sqrt{900 + 1600 + 2400 \cdot (-0,5)}$$

$$\Sigma F = 36,06 \text{ N}$$

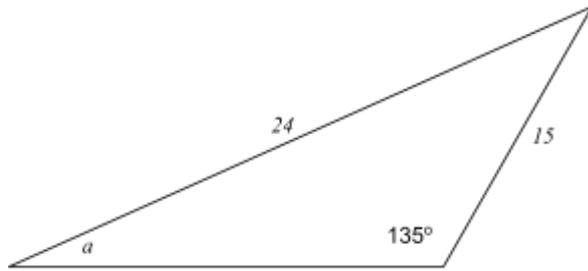
Aturan Sinus

Aturan sinus dipakai untuk menentukan arah resultan besaran vektor, secara teori aturan sinus menyatakan hubungan antara panjang sisi dengan nilai sinus sudut yang berhadapan dengan sisi. Hubungannya adalah sebagai berikut:



Soal:

Perhatikan gambar segitiga berikut:



Berapakah besar sudut a pada segitiga tersebut ?

Jawab:

$$\frac{15}{\sin a} = \frac{24}{\sin 135}$$

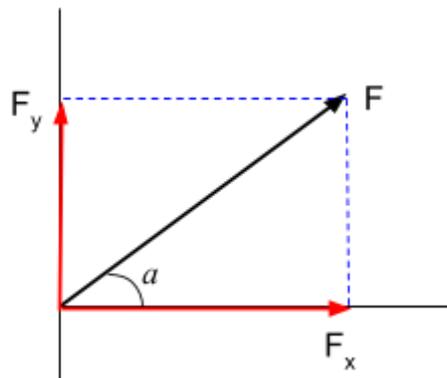
$$\sin a = \frac{15 \cdot \sin 135}{24} = 0,442$$

$$a = \sin^{-1}(0,442)$$

$$a = 26,23^\circ$$

Proyeksi Vektor (Vektor Komponen)

Sebuah vektor dapat diuraikan menjadi komponen-komponennya yang saling tegak lurus. Jika komponen tersebut dijumlahkan maka nilainya akan kembali sama nilainya dengan vektor yang diuraikan. Cara menguraikan suatu vektor menjadi komponennya, sebagaimana ditunjukkan gambar berikut:



Dimana F_x dan F_y adalah vektor komponen dari vektor F . nilai masing masing komponen adalah :

$$F_x = F \cos a$$

$$F_y = F \sin a$$

Dimana :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Soal

Tentukan vektor komponen dari vektor gaya berikut:

1. $F = 300$ N arah 45° dari sumbu x positif
2. $F = 400$ N arah 150 dari sumbu x positif.

3. $F = 500 \text{ N}$ arah -60° dari sumbu x positif

Catatan : arah vektor dalam sumbu koordinat, untuk sudut positif dimulai dari sumbu x positif berputar berlawanan jarum jam. Sebaliknya untuk sudut negatif searah jarum jam.

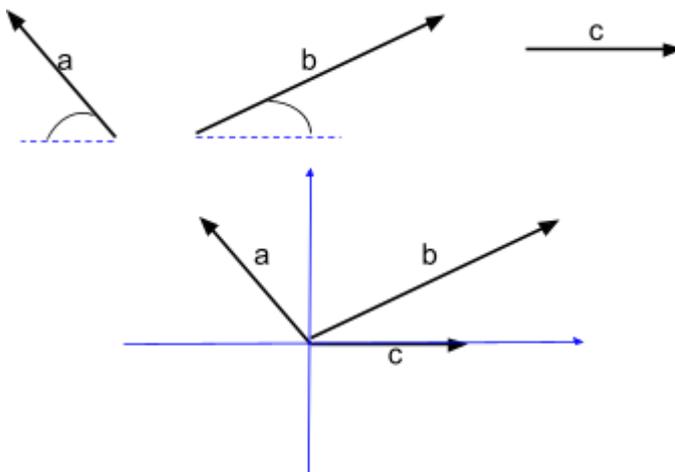
Jawab:

1. $F_x = 300 \cos 45^\circ = 150\sqrt{2} \text{ N}$; $F_y = 300 \sin 45^\circ = 150\sqrt{2} \text{ N}$
2. $F_x = 400 \cos 150^\circ = -345,4 \text{ N}$; $F_y = 400 \sin 150^\circ = 200 \text{ N}$
3. $F_x = 500 \cos (-60^\circ) = 250 \text{ N}$; $F_y = 500 \sin(-60^\circ) = -433,0 \text{ N}$

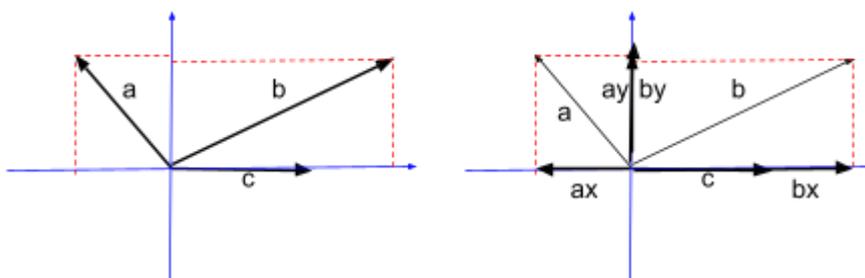
2. Metode Analitis

Metode analitis digunakan untuk penjumlahan vektor yang lebih dari dua, dengan metode ini penjumlahan vektor menjadi lebih sederhana. Caranya adalah sebagai berikut:

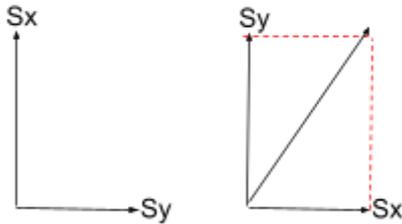
Vektor yang akan dijumlahkan diletakkan dalam satu titik tangkap dipusat pusat koordinat cartesian:



Kemudian masing-masing vektor diproyeksikan ke sumbu x dan y sebagai berikut:



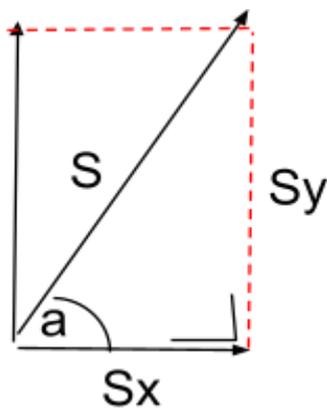
Vektor komponen yang berada pada sumbu yang sama dijumlahkan (tetap memperhatikan positif atau negatif). Sehingga sekarang terdapat dua vektor komponen yang saling tegak lurus yaitu $S_x = bx + (-ax) + c$ dan $S_y = ay + by$, vektor c karena berada tepat pada sumbu x , tidak memiliki komponen arah sumbu y . Jika resultan komponen digambarkan dalam diagram akan menjadi sebagai berikut:



Tiga vektor yang dijumlahkan bisa disederhanakan menjadi dua vektor saja yang saling tegak lurus, sehingga resultan ketiga vektor yang dijumlahkan dapat dihitung dengan rumus pythagoras:

$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ sedangkan arahnya menggunakan rumus sinus, dengan memanipulasi

gambar menjadi sebagai berikut:



$$\frac{S_y}{\sin a} = \frac{S}{\sin 90}$$

$$\frac{S_y}{\sin a} = \frac{S}{1}$$

$$\sin a = \frac{S_y}{S}$$

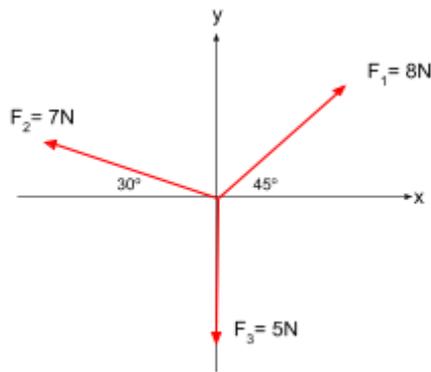
$$a = \sin^{-1}\left(\frac{S_y}{S}\right)$$

\sin^{-1} = anti sinus, kebalikan dari sinus jika nilai $\sin 30 = 0,5$, maka nilai

$$\sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$$

Soal

Tiga buah vektor yang digambarkan pada sumbu koordinat sebagai berikut:



Hitunglah resultan ketiga gaya tersebut dengan metode analitis, dan tentukan arah resultan gaya

Jawab.

Untuk menyederhanakan perhitungan, bisa dibuat tabel komponen dari masing-masing gaya sebagai berikut :

F	F(N)	θ	F_x	F_y
F_1	8	45°	5,66	5,66
F_2	7	150°	-6,06	3,5
F_3	5	-90°	0	-5
Σ			-0,4	4,16

Dimana $F_x = F \cdot \cos \theta$, $F_y = F \cdot \sin \theta$, sudut θ dihitung dari sumbu x positif berputar berlawanan jarum jam.

$$F_{\text{total}} = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{(-0,4)^2 + (4,16)^2} = \sqrt{0,16 + 17,3056}$$

$$F_{\text{total}} = \sqrt{173,06}$$

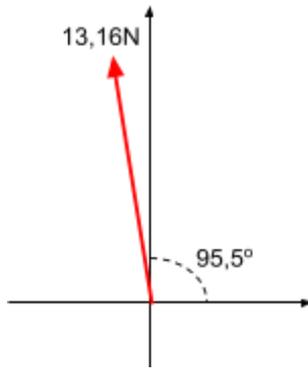
$$F_{\text{total}} = 13,16 \text{ N}$$

Karena ΣF_x tegak lurus dengan ΣF_y , maka arah dari resultan gaya dapat dicari dengan menggunakan rumus anti tangen (\tan^{-1}) sebagai berikut :

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4,16}{-0,4} \right) = -84,51.$$

Arah resultan vektor gaya adalah $84,5^\circ$ dari arah sumbu x negatif berputar searah jarum jam atau sama dengan $95,5^\circ$ dari sumbu x positif berputar berlawanan jarum jam.



Jadi tiga buah gaya yang dijumlahkan tersebut memiliki resultan 13,16 N dan arahnya $95,5^\circ$ dari sumbu x positif. Jika digambar adalah sebagai berikut: