

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Fisika
Kode Modul	: 3.1/11
Kelas	: XI
Alokasi Waktu	: 6 X 45 menit (enam jam pelajaran)
Judul Modul	: Dinamika Rotasi

B. Kompetensi Dasar

- 3.1 Menerapkan konsep torsi, momen inersia, titik berat, dan momentum sudut pada benda tegar (statis dan dinamis) dalam kehidupan sehari-hari misalnya dalam olahraga
- 4.1 Membuat karya yang menerapkan konsep titik berat dan kesetimbangan benda tegar

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Agar modul dapat digunakan secara maksimal maka kalian diharapkan melakukan langkah- langkah sebagai berikut:

- 1. Pelajari dan pahami peta materi yang disajikan dalam setiap modul
- 2. Pelajari dan pahami tujuan yang tercantum dalam setiap kegiatan pembelajaran
- 3. Pelajari uraian materi secara sistematis dan mendalam dalam setiap kegiatan pembelajaran.
- 4. Perhatikanlah langkah- langkah dalam setiap penyelesaian contoh soal yang ada.
- 5. Kerjakanlah latihan soal yang ada disetiap akhir kegiatan pembelajaran, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban yang tersedia pada modul dan lakukan penghitungan skor hasil belajar kalian.
- 6. Lakukan penilaian diri disetiap akhir kegiatan pembelajaran untuk mengetahui batas kemampuan menurut diri kalian.
- 7. Lakukan uji kompetensi dengan mengerjakan soal evaluasi di bagian akhir modul untuk mengetahui tingkat penguasaan materi.
- 8. Diskusikan dengan guru atau teman jika mengalami kesulitan dalam pemahaman materi. Lanjutkan pada modul berikutnya jika sudah mencapai ketuntasan yang diharapkan.

D. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi 2 (dua) kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama	: Hukum Newton pada Gerak melingkar
Kedua	: Titik Berat dan Momentum Anguler

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 Hukum Newton pada Gerak Melingkar

A. Tujuan Pembelajaran

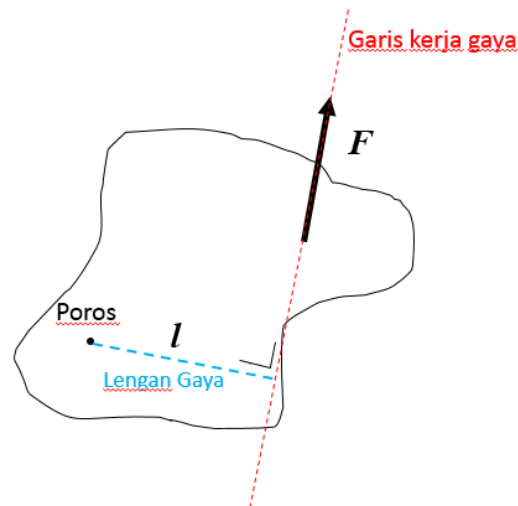
Setelah kegiatan pembelajaran ini diharapkan kalian mampu:

1. menjelaskan konsep momen gaya
2. melakukan perhitungan besar momen gaya
3. mengidentifikasi lengan gaya, garis kerja gaya pada beberapa persoalan sederhana terkait dengan momen gaya
4. menjelaskan konsep momen inersia
5. menghitung besar momen inersia titik massa
6. menghitung besar momen inersia benda tegar dalam berbagai bentuk
7. menjelaskan hubungan momen gaya dengan momen inersia
8. menjelaskan pengaruh momen gaya dan momen inersia pada gerak benda
9. menerapkan hukum II Newton pada sistem yang bergerak melingkar berubah beraturan
10. menerapkan hukum I Newton pada sistem benda tegar yang diam

B. Uraian Materi

1. Momen Gaya / Torsi

Momen gaya adalah besaran yang menyebabkan benda (disebut juga benda tegar bukan titik massa) dapat berotasi



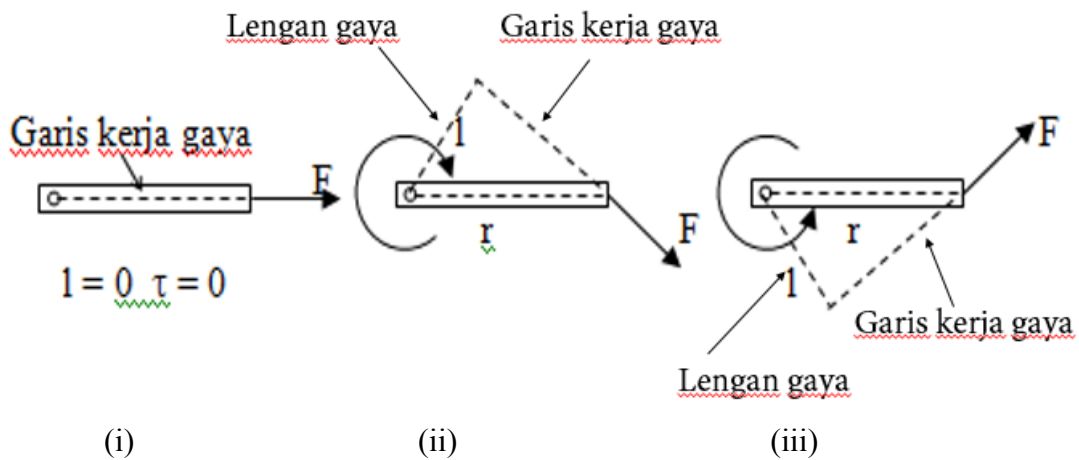
Gambar momen gaya ($F \times l$)

l = lengan gaya, jarak terpendek garis kerja gaya ke poros putar., selalu tegak lurus terhadap garis kerja gaya dan melalui poros

Garis kerja gaya adalah garis khayal yang berhimpit dengan vektor gaya

Besar momen gaya ditentukan oleh besaran gaya (F) dan lengan gaya yaitu jarak antara sumbu putar dengan letak gaya yang dinyatakan dalam panjang (l)

Perhatikan gambar berikut :



Keterangan gambar

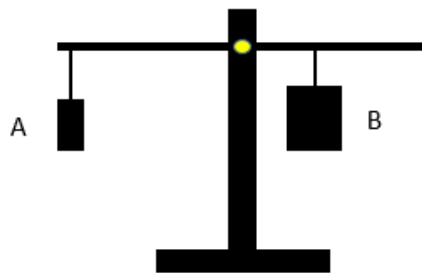
- (i) Gambar sebelah kiri, garis kerja gaya melalui sumbu putar, maka benda bergerak lurus atau linier
- (ii) Gambar tengah, garis kerja gaya tidak melalui poros putar, benda berputar searah jarum jam
- (iii) Gambar sebelah kanan, garis kerja gaya tidak melalui poros putar, benda berputar berlawanan jarum jam

Besar momen gaya / Torsi :

$$\tau = F \times l$$

Dimana : F adalah gaya (Newton)

l : lengan gaya (m)



Dalam keadaan setimbang momen gaya di A sama dengan momen gaya di B
Berat A < Berat B, tetapi lengan gaya A lebih panjang dari pada lengan gaya B

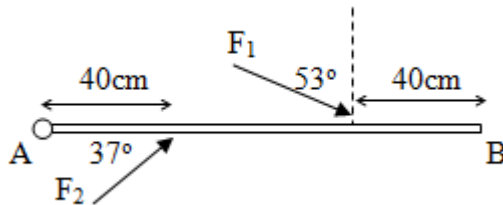
Jika pada sebuah benda bekerja beberapa momen gaya, maka resultan dari seluruh momen gaya yang bekerja pada suatu poros dihitung dengan penjumlahan berikut :

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots$$

Tapi perhatikan dampak putaran benda karena momen gaya masing-masing, jika berlawanan arah putar, maka salah satu arah dianggap arah negatif.

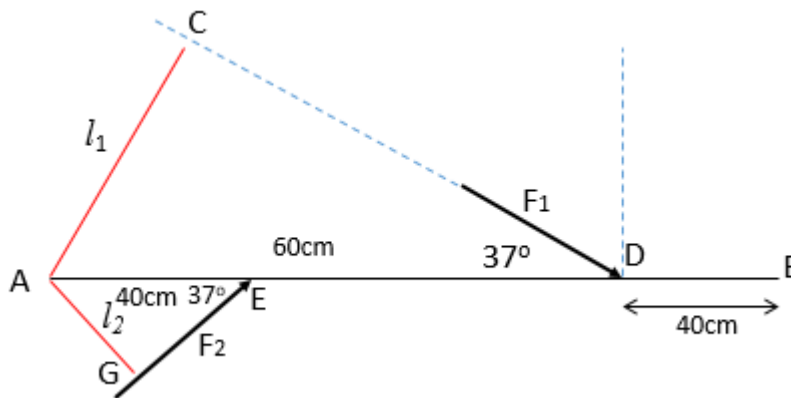
Soal 1.

Batang AB tak bermassa, panjangnya 1 m dan dapat berputar pada sumbu yang melalui A tegak lurus bidang gambar. Gaya $F_1 = F_2 = 10\text{N}$ bekerja pada batang seperti pada gambar. Momen gaya yang bekerja pada batang AB besarnya ... ($\sin 37^\circ = 0,6$)



Jawab

Dari gambar soal dibuat gambar diagram bebas gaya. Tongkat tidak perlu digambar cukup diwakili dengan garis saja. Digambar garis kerja gaya dan lengan gaya :



Berdasarkan gambar, panjang lengan gaya F_1 adalah l_1 diperhitungkan berdasarkan fungsi sinus dalam segitiga ACD, dengan sudut 37° . sehingga

$$l_1 = AD \cdot \sin 37^\circ,$$

$$l_1 = 60 \cdot \sin 37^\circ$$

$$l_1 = 60 \cdot 0,6 = 36 \text{ cm} = 0,36 \text{ m}$$

panjang lengan gaya F_2 adalah l_2 diperhitungkan berdasarkan fungsi sinus dalam segitiga AGE dengan sudut 37° , sehingga

$$l_2 = AE \cdot \sin 37^\circ,$$

$$l_2 = 40 \cdot \sin 37^\circ$$

$$l_2 = 40 \cdot 0,6 = 24 \text{ cm} = 0,24 \text{ m}$$

arah rotasi torsi dari gaya F_1 menurut poros A adalah searah jarum jam, sedangkan arah rotasi torsi dari gaya F_2 menurut poros B adalah berlawanan arah jarum jam, sehingga kedua torsi memiliki arah yang tidak sama. Dalam penjumlahan jika dua atau lebih torsi memiliki arah yang berbeda, maka perlu menambah tanda “-“ pada salah satu arah.

Perhitungan akhir dari resultan torsi adalah :

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\sum \tau = F_1 l_1 + F_2 l_2$$

$$\sum \tau = 10.0,36 + (-10.0,24)$$

$$\sum \tau = 3,6 - 2,4$$

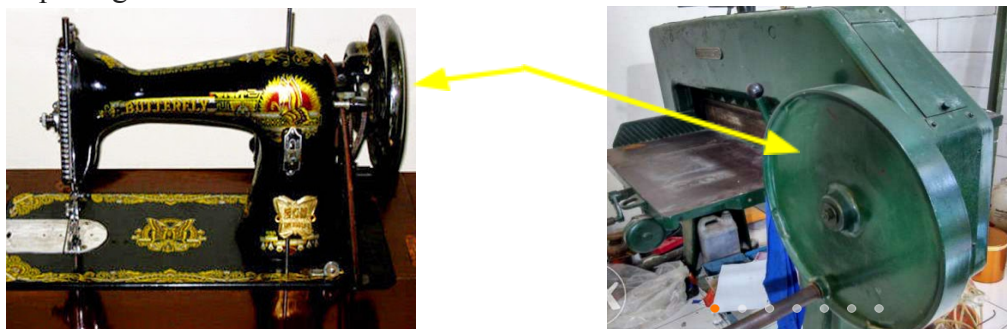
$$\sum \tau = 1,2 Nm$$

searah jarum jam

2. Momen Inersia

Momen inersia (satuan SI: $kg\ m^2$) adalah ukuran kelembaman suatu benda untuk berotasi terhadap porosnya. Kelembaman artinya mempertahankan kedudukannya, jadi jika benda sedang diam, dibutuhkan torsi yang lebih besar untuk mulai berputar, demikian pula dibutuhkan torsi yang lebih besar untuk mulai menghentikan putarannya.

Jika momen inersia benda besar maka benda tersebut sulit untuk berputar, tetapi jika sudah berputar maka juga sulit dihentikan. Mirip seperti konsep kelembaman pada gerak lurus. Konsep momen inersia biasa digunakan pada bagian mesin yang berputar, berfungsi sebagai penstabil putaran mesin. Contohnya pada mesin jahit dan mesin potong kertas berikut:



Pada kedua mesin tersebut, terdapat roda besi yang memiliki massa besar, digunakan agar mesin menjadi stabil dalam putaran.

Besar momen inersia dibedakan menjadi dua :

Untuk benda yang berupa titik atau dianggap titik massa, maka besar momen inersianya adalah :

$$I = mr^2$$

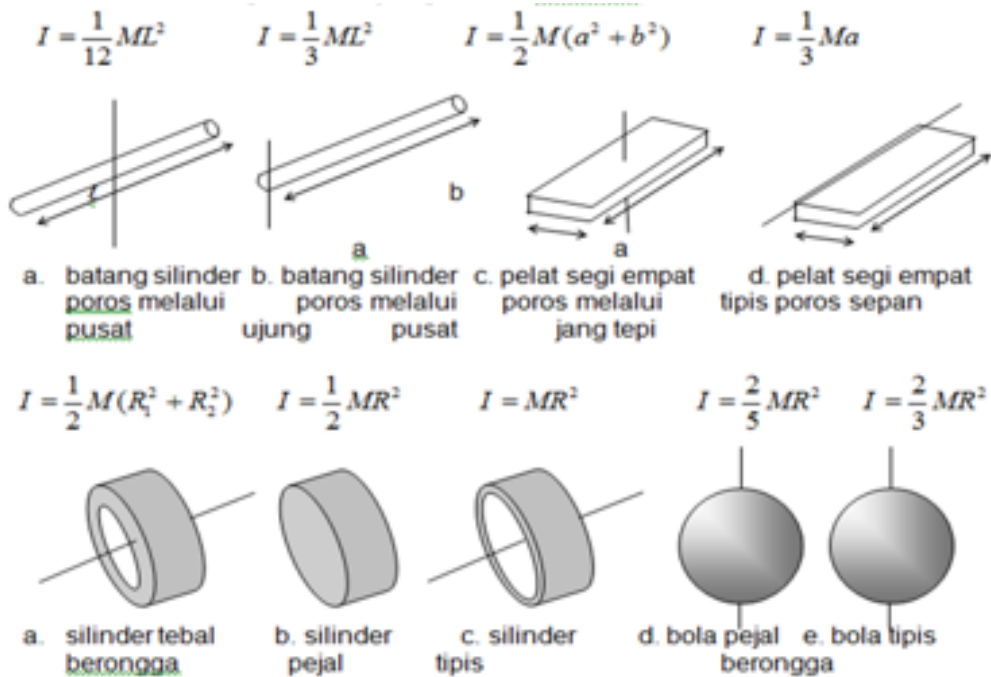
Jika suatu benda dianggap berupa kumpulan titik massa yang banyak , maka momen inersia benda tersebut adalah

$$I = \sum mr^2$$

Untuk benda dengan bentuk-bentuk tertentu, maka momen inersia total dari titik-titik massa penyusunnya dihitung dengan fungsi :

$$I = \int r^2 dm$$

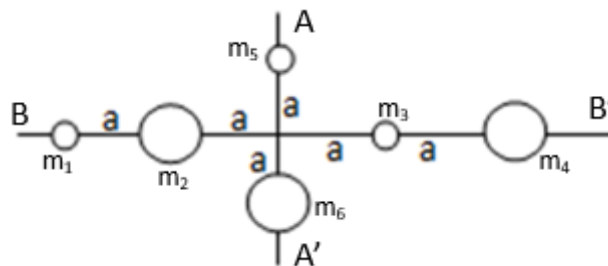
Untuk bentuk-bentuk tertentu nilai tersebut sudah dihitung sebagaimana tabel berikut :



Bola pejal itu seperti bakso, sedangkan bola berongga itu seperti bola pingpong.

Contoh 1:

Tentukan momen inersia sistem titik massa berikut terhadap poros AA' dan terhadap poros BB'



massa bola kecil m dan massa bola besar $4m$, a adalah jarak.

Jawab:

a. Poros AA'

Momen inersia yang diperhitungkan adalah yang massanya mengelilingi poros AA' yaitu m_1 , m_2 , m_3 , dan m_4 .

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$\Sigma I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$\Sigma I = m(2a)^2 + 4m.(a)^2 + m.(a)^2 + 4m.(2a)^2$$

$$\Sigma I = 4ma^2 + 4ma^2 + ma^2 + 16ma^2$$

$$\Sigma I = 25ma^2$$

b. Poros BB'

Momen inersia yang diperhitungkan adalah yang massanya mengelilingi poros BB' yaitu m_5 dan m_6

$$\Sigma I = I_5 + I_6$$

$$\Sigma I = m(a)^2 + 4m(a)^2$$

$$\Sigma I = ma^2 + 4ma^2$$

$$\Sigma I = 5ma^2$$

Contoh 2

Roda yang berupa silinder pejal bermassa 5 kg memiliki jari-jari 50 cm. Besar momen inersia roda tersebut adalah

Jawab

Momen inersia silinder pejal adalah $I = \frac{1}{2} mr^2$

$$I = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,5)^2$$

$$I = 0,625 \text{ kgm}^2$$

3. Hukum II Newton pada Gerak Melingkar Berubah Beraturan

Hukum ini menunjukkan hubungan antara Momen gaya, momen inersi dan percepatan anguler benda berotasi

Identik dengan hubungan gaya dan massa pada gerak linier:

$F = m \cdot a$, pada gerak melingkar :

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

Dimana, I = momen inersia
 α = percepatan sudut/anguler
 τ = momen gaya

Karena benda yang mendapat momen gaya memiliki percepatan anguler, maka benda yang mendapat momen gaya akan bergerak melingkar berubah beraturan, sehingga berlaku persamaan GMBB :

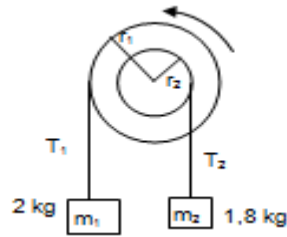
$$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Contoh :

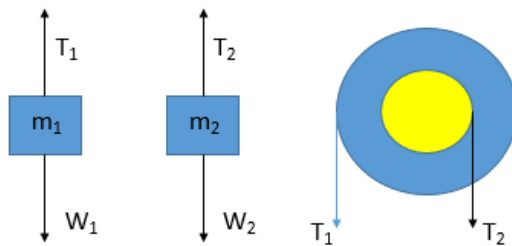
Benda bermassa m_1 dan m_2 dihubungkan dengan katrol seperti tampak pada gambar. Momen inersia sistim katrol adalah $I = 1,70 \text{ kgm}^2$ dengan $r_1 = 50 \text{ cm}$ dan $r_2 = 20 \text{ cm}$. Berapakah besar (a) percepatan sudut sistim katrol, (b) tegangan T_1 dan (c) tegangan T_2



Jawab

Pada sistem katrol tersebut terdapat dua macam gerak, yaitu gerak linier yang terdapat pada massa m_1 dan m_2 , dan gerak rotasi yang terjadi pada katrol. Sehingga penyelesaiannya memperhatikan hukum II Newton untuk gerak lurus dan untuk gerak rotasi.

Untuk memudahkan menganalisis gaya yang bekerja pada sistem, maka gambar yang ada pada soal tersebut dipisah per bagian sebagai berikut:



Pada massa m_1 :

Terjadi gerak linier, hukum newton $F = m \cdot a$

$$W_1 - T_1 = m_1 \cdot a_1$$

$$T_1 = w_1 - m_1 \cdot a_1$$

$$T_1 = 20 - 2a_1 \dots\dots (1)$$

Pada massa m_2 :

Terjadi gerak linier, hukum newton $F = m \cdot a$

$$W_2 - T_2 = m_2 \cdot a_2$$

$$T_2 = w_2 + m_2 \cdot a_2$$

$$T_2 = 18 - 1,8a_2 \dots\dots (2)$$

Pada katrol

Terjadi gerak rotasi, hukum newton yang digunakan $\tau = I \cdot \alpha$

$$T_1 R_1 - T_2 R_2 = I \cdot \alpha$$

$$T_1 \cdot 0,5 - T_2 \cdot 0,2 = 1,70 \cdot \alpha \dots\dots\dots (3)$$

(1) Dan (2) dimasukkan dalam persamaan (3)

$$(20 - 2a_1)0,5 - (18 - 1,8a_1)0,2 = 1,70\alpha \dots\dots(4)$$

Karena $a = \alpha \cdot r$, maka $a_1 = \alpha r_1$ dan $a_2 = \alpha r_2$

Persamaan (4) menjadi:

$$(20 - 2\alpha r_1)0,5 - (18 - 1,8 \alpha r_2)0,2 = 1,70\alpha$$

$$(20 - 2\alpha 0,5)0,5 - (18 - 1,8 \alpha 0,2)0,2 = 1,70\alpha$$

$$(20 - \alpha)0,5 - (18 - 0,36 \alpha)0,2 = 1,70\alpha$$

$$10 - 0,5\alpha - 3,6 + 0,072\alpha = 1,70\alpha$$

$$-0,5\alpha + 0,072\alpha - 1,70\alpha = -10 + 3,6$$

$$-1,7\alpha = -6,4$$

$$\alpha = 3,76 \text{ rad/s}^2$$

Menghitung tegangan tali T_1 :

Menggunakan persamaan (1)

$$T_1 = 20 - 2a_1$$

$$T_1 = 20 - 2 \cdot \alpha \cdot r_1$$

$$T_1 = 20 - 2 (3,76) \cdot 0,5$$

$$T_1 = 16,24 \text{ N}$$

Menghitung tegangan tali T_2 :

Menggunakan persamaan (2)

$$T_2 = 18 - 1,8a_2$$

$$T_2 = 18 - 1,8 \cdot \alpha \cdot r_2$$

$$T_2 = 18 - 1,8 (3,76) \cdot 0,2$$

$$T_2 = 16,65 \text{ N}$$

4. Hukum I Newton pada Benda Tegar

Benda yang berupa titik akan nampak bergerak ketika berpindah tempat, namun untuk benda tegar tidak berpindahpun dapat nampak bergerak, karena dapat berutar.

Sehingga untuk benda tegar agar dapat diam, harus memenuhi dua buah syarat yaitu

:

1. Syarat kesetimbangan translasi :

$$\sum F = 0$$

2. Syarat kesetimbangan rotasi :

$$\sum \tau = 0$$

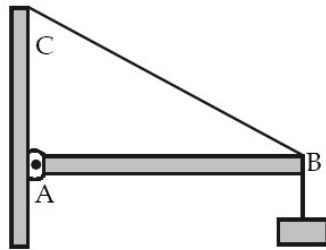
Dalam analisis gaya pada benda diam, kita gunakan dua syarat diatas untuk menyusun

dua buah persamaan, satu diambil dari persamaan $\sum F = 0$, yang dapat diuraikan

menjadi $\sum F_x = 0$ dan $\sum F_y = 0$, dan kedua diambil dari $\sum \tau = 0$, dalam keadaan

tertentu dapat diawali dengan syarat kedua terlebih dahulu sudah dapat diketemukan hasil yang dicari.

Cara menentukan besar gaya-gaya pada sistem benda egar yang dalam keadaan diam



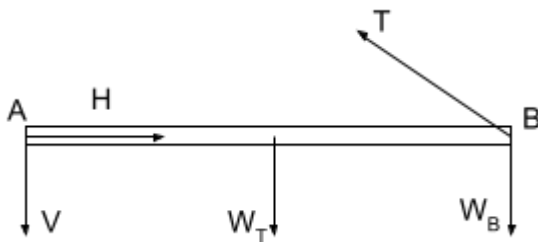
Sebatang tongkat homogen yang panjangnya L bermassa 10 kg ujung kiri diberi engsel dan dipasang pada dinding, sedangkan ujung kanan digantung beban 20 kg . Berapa besar tegangan tali dan besar gaya engselnya jika sudut antara tali dan tongkat adalah 37° ?

Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, langkah yang harus dilakukan adalah :

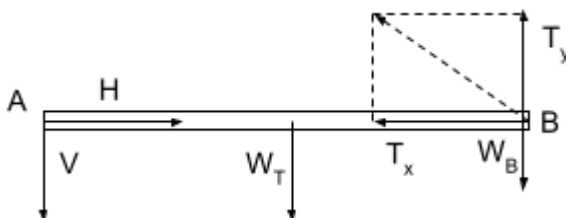
1. Melukis gaya-gaya yang bekerja pada tongkat.
2. Memproyeksikan gaya-gaya yang arahnya tidak berhimpit dengan sumbu x dan y menjadi komponen gaya arah sumbu x dan sumbu y .
3. Gunakan syarat $\sum F_x = 0$ dan $\sum F_y = 0$, untuk membuat persamaan.
4. Gunakan syarat $\sum \tau = 0$ untuk menyusun persamaan berikutnya. Untuk menentukan nilai masing-masing τ , ditentukan dulu titik yang dianggap sebagai poros putar.
5. Jika sudah terbentuk persamaan-persamaan, maka selesaikan dengan substitusi atau eliminasi.

Jabawan soal diatas :

1. Melukis gaya-gaya yang bekerja pada tongkat :



2. Memproyeksikan gaya-gaya yang miring :



3. Menyusun persamaan dari syarat $\sum F_x = 0$

$$H - T_x = 0$$

$$H = T_x$$

4. Menyusun persamaan dari syarat $\sum F_x = 0$

$$T_y - V - W_T - W_B = 0$$

$$T_y - V - 100 - 200 = 0$$

$$T_y - V = 300$$

5. Menyusun persamaan dari syarat $\sum \tau = 0$, dengan poros titik A

$$T_y \cdot L - W_B \cdot L - W_T \cdot \frac{1}{2} L = 0$$

Karena semua suku memuat L maka persamaan dapat ditulis menjadi :

$$T_y - W_B - W_T \cdot \frac{1}{2} = 0$$

Sehingga :

$$T_y = W_B + W_T \cdot \frac{1}{2}$$

$$T_y = 200 + 100 \cdot 0,5$$

$$T_y = 250 \text{ N}$$

$$T_y = T \sin 37^\circ = 250$$

$$T = 250 / 0,6 = 417 \text{ N}$$

6. Dari langkah no 3 :

$$H = T_x = T \cos 37^\circ$$

$$H = 417 \cdot 0,8 = 333,6 \text{ N}$$

Dari langkah no 4 :

$$T_y - V = 300$$

$$250 - V = 300$$

$$V = 250 - 300 = - 50 \text{ N}$$

Tanda negatif artinya arah gaya V sebenarnya adalah ke atas (berlawanan dengan yang dimisalkan).

Gaya Engsel yang merupakan resultan dari gaya H dan V adalah :

$$F_E = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{333,6^2 + 50^2} = 337,3 \text{ N}$$

D. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan jujur, sesuai dengan kemampuan kalian.

Cara menjawabnya adalah dengan memberikan centang (✓) di kolom yang disediakan.

No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
1	Saya mampu menjelaskan konsep Momen Gaya			

2	Saya mampu menjelaskan konsep Momen Inersia			
3	Saya mampu menjelaskan perbedaan Pengaruh momen gaya dan pengaruh momen inersia pada benda tegar yang berotasi			
4	Saya mampu menganalisis momen gaya yang bekerja pada suatu sistem benda tegar yang bergerak			
5	Saya mampu menganalisis momen gaya yang bekerja pada suatu sistem benda tegar yang diam			

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

Titik Berat, Momentum Anguler, Energi dan Usaha pada gerak Melingkar

A. Tujuan Pembelajaran

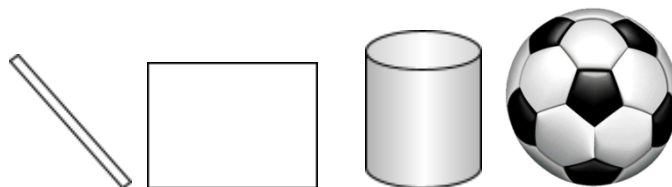
Setelah kegiatan pembelajaran ini diharapkan kalian mampu:

1. Menjelaskan konsep titik berat
2. Dapat menentukan letak titik berat suatu bangun
3. Dapat menjelaskan konsep momentum anguler
4. Dapat menentukan besar momentum anguler suatu sistem
5. Dapat menerapkan konsep momentum anguler dalam kehidupan sehari-hari
6. Dapat menerapkan konsep energi pada gerak rotasi dalam kehidupan sehari-hari
7. Dapat menghitung usaha pada gerak rotasi

B. Uraian Materi

1. Titik Berat

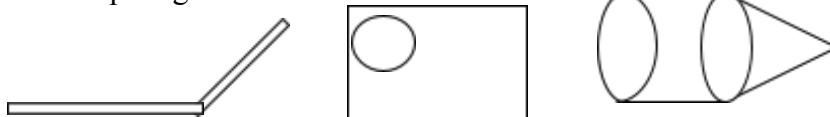
Perhatikan gambar berikut :



gambar 1.

Dimanakah letak titik berat sebagai pusat massanya ?

Perhatikan pula gambar berikut :

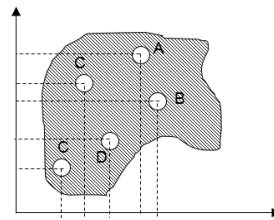


Gambar 2

Pada gambar ke dua tentunya tidak bisa dengan cepat memetukan titik beratnya

Berat suatu benda adalah jumlah atau resultan dari berat partikel-partikel penyusun benda tersebut. Seperti yang kita tahu, arah gaya gravitasi selalu menuju pusat bumi, maka gaya gravitasi yang dialami oleh tiap-tiap partikel juga mengarah ke pusat bumi dan resultan dari semua gaya tersebut berada pada titik tertentu.

Titik itu biasa disebut sebagai titik berat benda. Titik berat merupakan titik keseimbangan sempurna atau sebuah pusat distribusi berat. Pada titik inilah gaya gravitasi (w) bekerja. Titik berat atau titik pusat massa dapat dinyatakan dalam titik koordinat (x, y) yang ditentukan dengan rumus berikut :



Anggap titik A, B, C, D, dan E mewakili bagian-bagian titik massa yang dimiliki oleh benda tersebut sehingga masing-masing titik titik memiliki titik berat. Total berat benda adalah merupakan jumlah seluruh berat masing-masing bagian, yang merupakan titik berat dari benda tersebut. Lokasinya dapat ditentukan dengan persamaan berikut :

$$x = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + x_3 w_3 + \dots}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots} \quad \text{dan} \quad y = \frac{y_1 w_1 + y_2 w_2 + y_3 w_3 + \dots}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots} \quad \dots \dots (1)$$

Dimana (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) adalah koordinat masing-masing bagian, dan w_1, w_2, w_3 , adalah berat masing-masing bagian. W adalah berat seluruh benda, (x, y) adalah koordinat titik berat benda yang dimaksud.

Untuk memudahkan perhitungan berdasarkan data yang ada, berat (w) dapat diganti dengan volume, atau luas atau panjang. Sesuai dengan informasi yang diperoleh. Jika data yang ada adalah massa maka

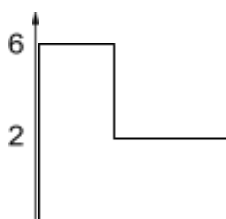
$w = m \cdot g$, untuk g yang sama, maka $w \sim m$, sehingga

$$x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad \text{dan} \quad y = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad \dots \dots (2)$$

Jika data yang ada volume atau luas atau panjang maka w dapat diganti dengan volume atau luas atau panjang, sebagaimana rumus (2) diatas

Contoh :

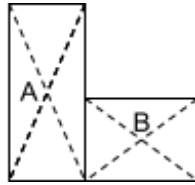
Tentukan letak titik berat bangun dua dimensi berikut :





Jawab :

Pertama kita bagi bangun tersebut menjadi bagian-bagian yang lebih kecil yang berupa bangun dengan bentuk yang diidentifikasi letak titik beratnya. Sebagaimana gambar berikut :



Dimana A dan B adalah pusat massa dari bangun-bangun kecil tersebut, dengan koordinat pusat massa masing masing adalah A (1,3) dan B (4,2), luas bangun A adalah $m_A = 12 \text{ cm}^2$ dan luas bangun B adalah 16 cm^2 . Karena dianggap ketebalan lembaran sama, maka berat benda diwakili oleh luasnya. Sehingga dihitung dengan Menggunakan :

$$x = \frac{x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$

$$x = \frac{1 \cdot 12 + 4 \cdot 16}{12 + 16}$$

$$x = 2,71 \text{ cm}$$

$$y = \frac{y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$


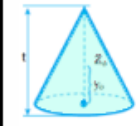
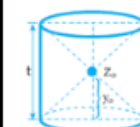
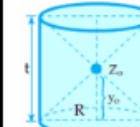
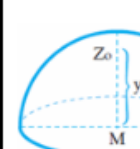

$$x = \frac{3 \cdot 12 + 2 \cdot 16}{12 + 16}$$

$$x = 2,42 \text{ cm}$$

Jadi koordinat titik berat bangun yang dimaksud adalah (2,71; 2,42) cm


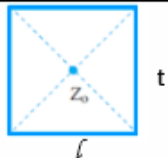
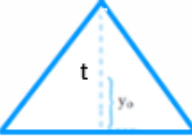
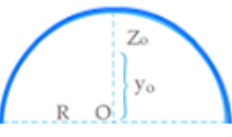

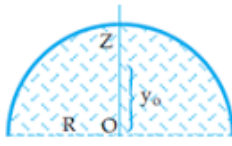
Beberapa bangun tertentu sudah diketahui letak titik beratnya sebagaimana ditunjukkan pada tabel berikut :

Tabel letak titik berat benda pejal tiga dimensi

Gambar (Figure)	Benda tegar (Rigid body)	Titik berat (center of mass)
	Selimut kerucut Conical Shell	$y = 1/3 t$ $t = \text{height}$
	Kerucut pejal Solid cone	$y = 1/4 t$ $t = \text{height}$
	Kulit silinder (tanpa tutup) cylindrical shell (without covers)	$y = 1/2 t$ $t = \text{height}$
	Silinder pejal solid cylinder	$y = 1/2 t$ $t = \text{height}$
	Kulit setengah bola Hemispherical shell	$y = 1/3 R$ $R = \text{radius}$
	Setengah bola pejal Solid hemispherical	$y = 3/8 R$ $R = \text{radius}$

Tabel diambil dari :
<https://4.bp.blogspot.com/EpdaPCGNF38/VHBiqMXbpDI/AAAAAAAAAFsU/iAUMIwm0hnA/s1600/titikberat.png>

Letak titik berat benda dua dimensi

Gambar (Figure)	Benda tegar (Rigid body)	Titik berat (center of mass)
	Garis lurus A straight line	$x_0 = 1/2 \ l$
	Pelat persegi A rectangle plate	$x_0 = 1/2 \ l$ $y_0 = 1/2 \ t$
	Pelat segitiga A triangle plate	$y_0 = 1/3 \ t$
	Busur setengah lingkaran A half-circle arc	$y_0 = 2 \pi / R$
	Busur lingkaran A Circular arc	$y_0 = (\text{busur AB}) / (\text{tali busur AB}) \cdot R$ $y_0 = (\text{arc AB}) / (\text{arc string AB}) \cdot R$ A
	Pelat setengah lingkaran A Half-circle plate	$y_0 = 4R / 3 \pi$

Tabel diambil dari :
<https://4.bp.blogspot.com/EpdaPCGNF38/VHBiqMXbpDI/AAAAAAAAAFsU/iAUMIwm0hnA/s1600/titikberat.png>
 Soal :

2. Momentum Anguler/ Momentum Sudut

Momentum Anguler adalah Besaran yang dimiliki benda yang sedang berputar, besaran penyusun besaran Momentum Anguler adalah momen inersia dan kecepatan anguler.

Besar momentum sudut dihitung dengan :

$$\mathbf{L = I \cdot \omega}$$

$$\mathbf{= m \cdot v \cdot r}$$

- Ket :**
- L : momentum sudut
 - I : momen inersia
 - ω : kecepatan sudut (omega)
 - m : massa
 - v : kecepatan linear
 - r : jari-jari

Contoh:

Sebuah cakram berbentuk silinder pejal dengan massa 5 kg dan jari-jari 20 cm, ketika melayang di udara berputar dengan kecepatan putar 10 putaran/s. Hitunglah momentum anguler cakram tersebut pada saat itu !

Jawab

Diketahui

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$\omega = 10 \text{ put/s} = 20\pi \text{ rad/s}$$

Penyelesaian

$$L = I \cdot \omega$$

$$L = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \omega$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,2)^2 \cdot 20\pi$$

$$L = 2\pi \text{ kgm}^2 \text{ rad/s}$$

Hukum Kekekalan Momentum



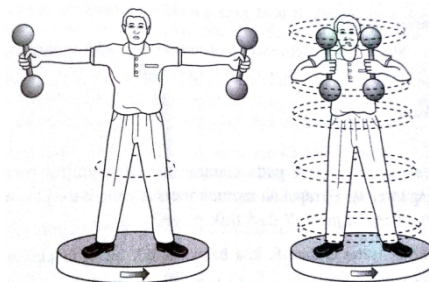
Perhatikan gerak atlet ice scating ketika memutar tubuhnya, jika menginginkan putaran cepat, maka ia akan merapatkan tangannya ke tubuhnya, sedangkan jika ingin melambatkan putaran tubuhnya, ia akan merenggangkan tangannya. Ini sesuai dengan prinsip hukum kekekalan momentum anguler :

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

Menurut persamaan tersebut, jika momentum inersia suatu benda dikurangi, maka kecepatan anguler akan meningkat demikian sebaliknya.

Contoh:

Perhatikan gambar berikut:



Seorang pria berdiri pada sebuah platform yang berputar dengan bebas dengan kedua tangan terentang. Frekwensi rotasinya adalah 0,25 put/s. Ketika kemudia ia merapatkan tangannya ke dada, frekwensi putarnya menjadi 0,8 put/s. Tentukan perbandingan momen inersia saat direntangkan dengan saat tanganya dirapatkan.

Jawab

Diketahui

$$\omega_1 = 0,25 \text{ put/s}$$

$$\omega_2 = 0,8 \text{ put/s}$$

Ditanya

$$I_1 : I_2$$

Penyelesaian

$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

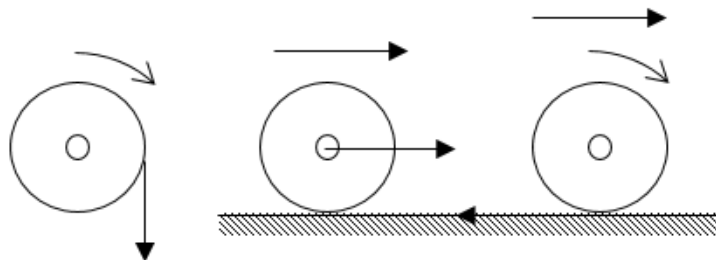
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{0,8}{0,25} = \frac{16}{5}$$

$$I_1 : I_2 = 16 : 5$$

3. Energi Kinetik

Pada gerak rotasi gerak benda dibedakan menjadi gerak rotasi murni yaitu berputar pada poros yang diam, bertranslasi, dan menggelinding yang merupakan perpaduan antara rotasi dan translasi, sumbu putar bertranslasi sedangkan lainnya berotasi terhadap sumbu putar. Sehingga energi kinetik yang dimiliki benda tergantung pula pada gerakannya.

Perhatikan gambar berikut :



Rotasi

$$Ek = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Translasi

$$Ek = \frac{1}{2}mv^2$$

Rotasi + Translasi

$$Ek = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Soal 3 :

Sebuah silinder pejal bermassa 2 kg dengan jari-jari 10 cm menggelinding pada bidang datar dengan laju tetap 5 m/s. Berapa energi kinetik silinder tersebut ?

Jawab

Diketahui

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

Ditanya

$$E_k = \dots$$

Penyelesaian

Mengelinding artinya ada memiliki energi kinetik karena translasi dan energi kinetik karena rotasi, sehingga energi kinetik totalnya adalah jumlah dari E_k translasi dan E_k rotasi

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Karena data kecepatan adalah kecepatan linier saja, maka variabel kecepatan angular

dikonversi kedalam kecepatan linier dengan rumus: $\omega = \frac{v}{r}$ dan momen inersia dari

silinder pejal adalah $I = \frac{1}{2} mr^2$ sehingga

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mr^2 \right) \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4} mv^2 = \frac{3}{4} mv^2$$

$$E_k = \frac{3}{4} \times 2 \times 5^2$$

$$E_k = 37,5 \text{ Joule}$$

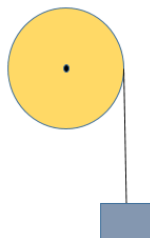
4. Usaha dalam Gerak Rotasi

Sebuah momen gaya yang bekerja pada suatu benda sehingga menyebabkan benda berotasi sejauh θ , maka usaha yang dilakukan oleh momen gaya tersebut adalah :

$$W = \tau \cdot \theta$$

Contoh

Sebuah katrol berupa silinder pejal dengan massa 4 kg dengan jari-jari 20 cm dililit dengan tali tak bermassa yang ujungnya digantung beban sebagai mana ditunjukkan pada gambar berikut:



Katrol mengalami percepatan angular sebesar 4 rad/s^2 . Berapakah usaha yang dilakukan oleh beban terhadap katrol tersebut ketika terjadi 5 putaran ?

Jawab

Diketahui

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

Modul Dimanika Rotasi

$$\alpha = 4 \text{ rad/s}^2$$

$$\theta = 5 \text{ put} = 10\pi \text{ rad}$$

Ditanyakan

$$W = \dots$$

Penyelesaian

$$W = \tau \cdot \theta$$

$$W = I \cdot \alpha \cdot \theta$$

$$W = \frac{1}{2} m r^2 \cdot \alpha \cdot \theta$$

$$W = \frac{1}{2} 4 \cdot (0,2)^2 \cdot 4 \cdot 10\pi$$

$$W = 3,2J$$

Usaha yang dilakukan oleh momen gaya akan mengubah energi benda , sehingga usaha yang dilakukan oleh suatu momen gaya dapat pula dihitung dari perubahan energinya :

$$W = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

D. Penilaian Diri

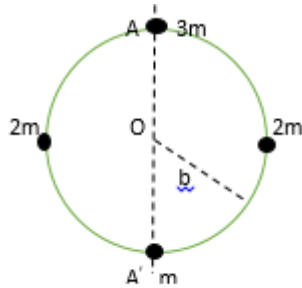
No	Pernyataan	Ya	Tidak	Keterangan
1	Saya mampu menentukan letak titik berat suatu bangun			
2	Saya mampu menjelaskan perbedaan Momentum anguler dengan momentum linier			
3	Saya mampu membedakan besar energi kinetik pada benda yang bergerak linier, berotasi dan menggelinding			
4	Saya mampu melakukan perhitungan usaha pada benda yang menggelinding			
5	Saya dapat menjelaskan hubungan usaha dengan energi kinetik pada benda yang menggelinding			

Keterangan:

Apa bila kalian menjawab dengan “YA” berarti kalian telah menguasai materi tersebut, maka dipersilahkan lanjut ke bagian evaluasi. Jika kalian menjawab “Tidak” berarti kalian perlu mengulang bagian yang kalian belum kuasai.

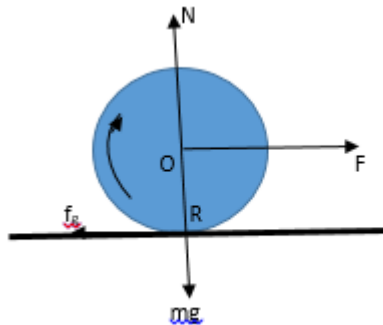
EVALUASI

01. Keempat massa seperti tampak pada gambar di bawah dihubungkan oleh kawat yang massanya dapat diabaikan Momen inersia system jika sumbu putarnya melalui AA' adalah.....



- A. mb^2
- B. $2mb^2$
- C. $3mb^2$
- D. $4mb^2$
- E. $5mb^2$

02. Sebuah benda berupa silinder pejal dengan massa 8 kg dan jari-jari 5 cm ditarik dengan gaya F sebesar 120 N seperti tampak pada gambar. Percepatan linier apabila ada gesekan antara silinder dengan lantai adalah....



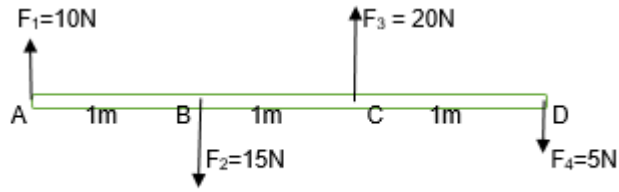
- A. 10 m/s^2
- B. 12 m/s^2
- C. 15 m/s^2
- D. 20 m/s^2
- E. 25 m/s^2

03. Sebuah titik materi bergerak melingkar dengan kecepatan sudut 20 rad.s. Setelah bergerak menempuh sudut 100 rad, kecepatannya menjadi 60 rad/s. Jika momen inersia titik materi tersebut 4 kgm^2 , momen gaya yang bekerja pada titik tersebut terhadap poros lingkaran adalah....

- A. 8 Nm
- B. 16 Nm
- C. 32 Nm
- D. 64 Nm
- E. 128

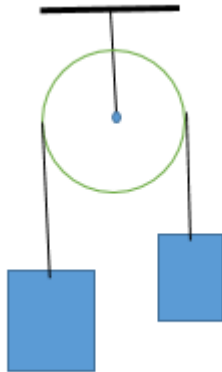
04. Gaya F_1 , F_2 , F_3 dan F_4 bekerja pada batang ABCD seperti pada gambar di bawah ini. Jika massa batang ABCD diabaikan maka besar momen gaya yang bekerja di titik D sebesar....

Modul Dimanika Rotasi



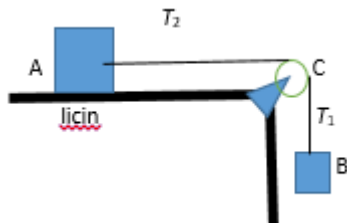
- A. 19 Nm
- B. 20 Nm
- C. 21 Nm
- D. 22 Nm
- E. 23 m

05. Dua buah benda masing-masing $m_1 = 4\text{ kg}$ dan $m_2 = 2\text{ kg}$ dihubungkan dengan katrol bermassa 4 kg seperti tampak pada gambar. Jika percepatan gravitasi $g = 10\text{ m/s}^2$, percepatan yang dialami m_1 dan m_2 adalah....



- A. 10 m/s^2
- B. 5 m/s^2
- C. $3,33\text{ m/s}^2$
- D. $2,5\text{ m/s}^2$
- E. 2 m/s^2

06. Pada gambar di bawah, massa balok A, beban B dan roda katrol C masing-masing adalah 7 kg , 2 kg dan 1 kg . Percepatan gravitasi bumi $= g = 10\text{ m/s}^2$, tegangan tali T_1 adalah...



- A. 20 N
- B. 16 N
- C. 14 N
- D. 8 N
- E. 7 N

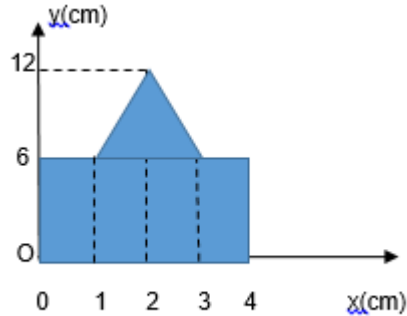
Modul Dimanika Rotasi

07. Sebuah silinder pejal menggelinding dari keadaan diam menuruni suatu bidang miring yang tingginya 15 m. Kelajuan linier silinder ketika tiba di kaki bidang adalah....($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- A. 9,8 m/s
 - B. 14 m/s
 - C. 21 m/s
 - D. 25 m/s
 - E. 28 m/s
08. Sebuah cincin dengan massa 0,3 kg dan jari-jari 0,5 m menggelinding di atas permukaan bidang miring yang membentuk sudut 30° terhadap bidang horizontal. Cincin tersebut dilepaskan dari keadaan diam pada ketinggian 5 m secara tegak lurus dari bidang horizontal. Kecepatan linier cincin tersebut mencapai bidang horizontal sebesar....($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- A. 2,5 m/s
 - B. 5 m/s
 - C. $5\sqrt{2}$ m/s
 - D. $5\sqrt{3}$ m/s
 - E. 10 m/s
09. Sebuah bola pejal bertlansasi dan berotasi dengan kecepatan linier dan kecepatan sudut masing masing v dan ω . Energi kinetic total bola pejal tersebut adalah....
- A. $\frac{2}{5} mv^2$
 - B. $\frac{1}{2} mv^2$
 - C. $\frac{7}{10} mv^2$
 - D. $\frac{10}{9} mv^2$
 - E. $\frac{5}{2} mv^2$
10. Roda bermassa 40 kg dan berdiameter 120 cm berputar dengan kecepatan sudut 5 rad/s. Momentum sudut roda tersebut adalah....
- A. 43 kgm²/s
 - B. 55 kgm²/s
 - C. 69 kgm²/s
 - D. 72 kgm²/s
 - E. 99 kgm²/s
11. Energi kinetic rotasi suatu benda tegar bergantung pada:
- (1) kecepatan sudut rotasi benda
 - (2) massa benda
 - (3) bentuk benda
 - (4) letak sumbu putar terhadap benda
- Dari pernyataan di atas, yang benar adalah....
- A. (1), (2) dan (3)
 - B. (1) dan (3)
 - C. (2) dan (4)
 - D. (4) saja
 - E. (1), (2), (3) dan (4)
12. Sebuah bola berongga bermassa 1200 gram dan berjari-jari 10 cm menggelinding dengan kecepatan linier 20 m/s. Energi kinetic bola tersebut adalah....
- A. 400 J
 - B. 384 J

Modul Dimanika Rotasi

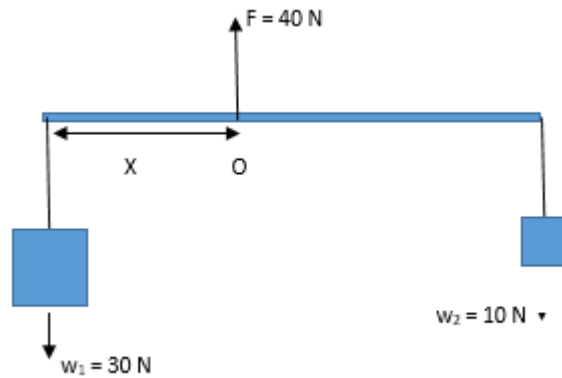
- C. 200 J
- D. 100 J
- E. 0 J

13. Perhatikan gambar bidang homogeny di bawah ini. Koordinat titik berat benda bidang simetris terhadap titik O adalah....



- A. (2 , 4,0)
- B. (2 , 3,6)
- C. (2 , 3,2)
- D. (2 , 3,0)
- E. (2 , 2,8)

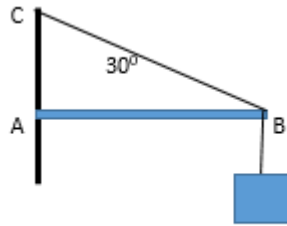
14. Sebuah batang sepanjang 2,0 m yang massanya dapat diabaikan digantungi dua buah beban di ujung-ujungnya masing-masing $w_1 = 30 \text{ N}$ dan $w_2 = 10 \text{ N}$ seperti tampak pada gambar. Sistem benda tersebut akan diangkat dengan gaya $F = 40 \text{ N}$ di titik O. Agar momen gaya terhadap titik O sama dengan nol , letak titik O dari w_1 adalah....



- A. 1,5 m
- B. 1,2 m
- C. 1,0 m
- D. 0,75 m
- E. 0,5 m

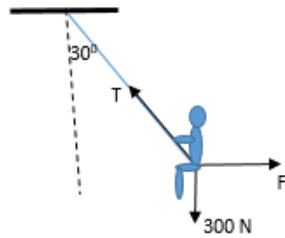
15. Pada ujung batang AB digantungkan sebuah balok bermassa 8 kg. Besarnya tegangan tali yang terjadi bila massa baying diabaikan adalah....

Modul Dimanika Rotasi



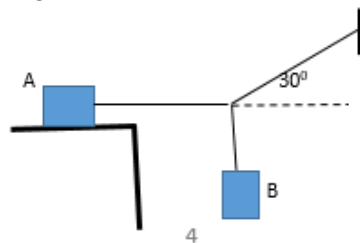
- A. 40 N
- B. 80 N
- C. $80\sqrt{3}$ N
- D. 160 N
- E. $160\sqrt{3}$ N

16. Seorang anak yang bermassa 300 N duduk pada suatu ayunan seperti pada gambar. Gaya F yang diperlukan supaya anak berayun adalah sebesar....



- A. 150 N
- B. $100\sqrt{3}$ N
- C. 200 N
- D. $200\sqrt{3}$ N
- E. $300\sqrt{3}$ N

17. Sistem pada gambar di atas berada dalam keadaan seimbang. Berat balok A adalah 600 N dan koefisien gesekan statis antara balok A dan meja adalah 0,2. Berat balok B adalah....

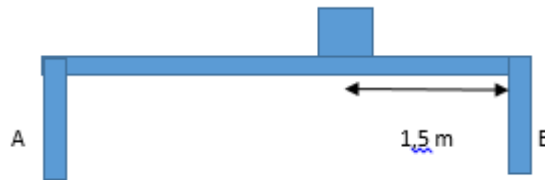


- A. $20\sqrt{2}$ N
- B. $20\sqrt{3}$ N
- C. 40 N

Modul Dimanika Rotasi

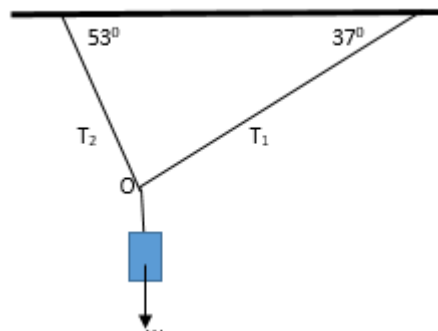
- D. $40\sqrt{2}$ N
- E. $40\sqrt{3}$ N

18. Beban bermassa 20 kg ditempatkan pada jarak 1,5 m dari kaki B (lihat gambar) pada sebuah meja datar bermassa 100 kg yang memiliki panjang 6 m. Gaya yang bekerja pada kaki A untuk menahan beban dan meja adalah....



- A. 150 N
- B. 350 N
- C. 550 N
- D. 750 N
- E. 950 N

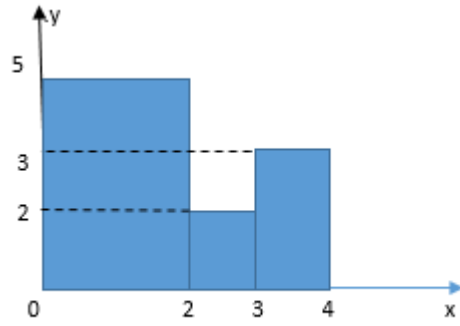
19. Benda pada gambar yang memiliki berat 980 N digantung dalam keadaan diam. Besar tegangan tali T_2 adalah....



- A. 392 N
- B. 490 N
- C. 588 N
- D. 784 N
- E. 980 N

20. Sebuah bangun berupa luasan memiliki bentuk dan ukuran seperti tampak pada gambar di bawah ini. Koordinat titik berat bangun tersebut adalah...

Modul Dimanika Rotasi



- A. (2,0 , 1,8)
- B. (1,8 , 2,0)
- C. (2,3 , 2,5)
- D. (2,5 , 2,3)
- E. (3,0 , 2,5)

Kunci:

1	D	6	B	11	E	16	B
2	A	7	B	12	A	17	E
3	D	8	C	13	A	18	C
4	B	9	C	14	E	19	D
5	E	10	D	15	D	20	B