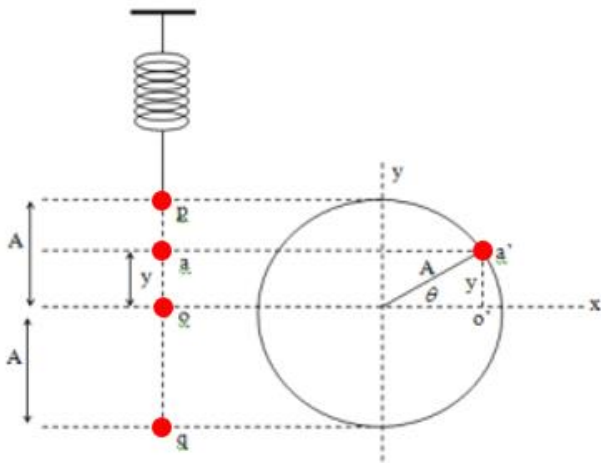


GETARAN HARMONIS

Tujuan:

1. Memahami gerak harmonis
2. Mengenal besaran-besaran pada gerak harmonis
3. Menganalisis getaran harmonis dalam kehidupan sehari-hari

Perhatikan gambar berikut :



Sebuah bandul yang digantung pada sebuah pegas bergerak naik turun dari titik o-p-o-q-o dan terus berulang. Titik o adalah titik dimana ketika pegas dalam keadaan diam, bandul akan berada pada titik tersebut. Titik o disebut titik kesetimbangan. Posisi paling jauh dari titik o (titik setimbang) disebut Amplitudo (A).

Bandul bergerak bolak-balik dan selalu melewati titik kesetimbangan. Gerak demikian disebut dengan getaran, dengan menganggap tidak ada gaya luar yang bekerja kecuali gaya pegas, maka gerak tersebut akan berlangsung terus menerus.

Gerak bolak balik bandul yang diikat pada ujung pegas tersebut, sama dengan gerak melingkar titik ditepi lingkaran yang diproyeksikan pada sumbu y. seperti ditunjukkan gambar saat bandul pada pegas berada di posisi a, maka posisinya sama dengan titik pada lingkaran a', sehingga simpangan bandul yang berayun y pada pegas dapat ditentukan dengan menggunakan perhitungan proyeksi jarak titik a'-o',

Sehingga simpangan titik a pada ayunan pegas (y) dari posisi titik setimbang o adalah :

$$y = A \sin \theta ,$$

untuk simpangan (y) yang selalu bergerak maka sudut θ dinyatakan dengan variabel t sehingga persamaan simpangan ditulis menjadi :

$$y = A \sin \omega t,$$

jika posisi awal tidak di titik setimbang, maka persamaan simpangan ditulis menjadi :

$$y = A \sin (\omega t + \theta_0)$$

Dimana :

A = Amplitudo

ω = kecepatan sudut

t = waktu getar

θ_0 = sudut awal perhitungan

y = simpangan

ωt = sudut fase

t/T = fase

Persamaan diatas adalah persamaan posisi benda yang melakukan getaran disekitar titik kesetimbangan perubahan simpangan diperoleh bersamaan dengan perubahan waktu getarnya.

Didalam nilai kecepatan sudut dapat diketahui periode dan frekwensi getaran., karena kecepatan sudut dapat diuraikan menjadi :

$$\omega = 2\pi/T \text{ dan}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Misalkan sebuah titik bergerak dengan amplitudo 10 cm dan frekwensi 5Hz, dengan posisi awal getaran berada pada sudut fase $\pi/4$. Maka persamaan getaran titik tersebut dapat dihitung dengan menghitung terlebih dahulu kecepatan sudutnya :

$$\omega = 2\pi f = 2 \pi 5$$

$$\theta_0 = \pi/4$$

$$A = 0,1 \text{ m}$$

Sehingga persamaan simpangan getarannya adalah :

$$y = 0,1 \sin (10\pi t + \pi/4)$$

Dengan persamaan ini posisi titik pada setiap saatnya dapat diketahui dengan mengubah nilai variabel t.

Gaya Pulih

Gaya yang menjadikan sebuah benda mengalami getaran harmonis. gaya ini diperhitungkan berdasarkan Hukum II Newton pada gerak melingkar yang diproyeksikan pada gerak harmonik yaitu :

$$F = -m\omega^2 x$$

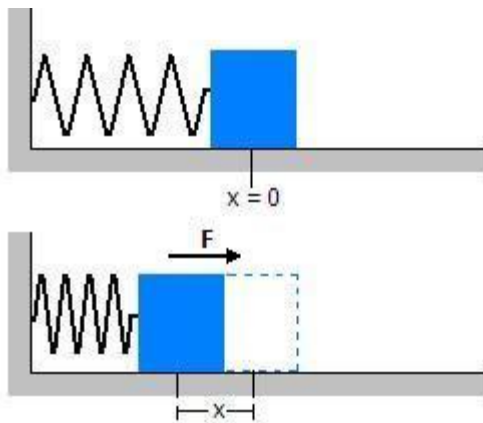
dimana :

m = massa benda yang bergetar

ω = kecepatan sudut

x = simpangan

Pada getaran pegas sumber gaya pulih adalah gaya pegas $F = -kx$, seperti gambar berikut :



dimana arahnya selalu berlawanan dengan simpangan benda dari titik setimbangnya sehingga :

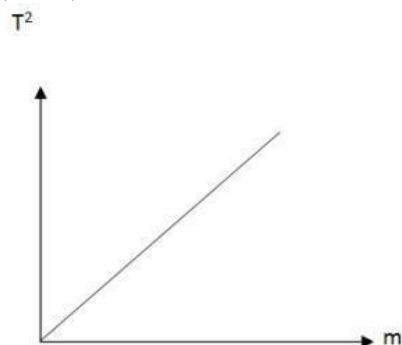
$$-m\omega^2 x = -kx$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{4\pi^2}{T} = \frac{k}{m}$$

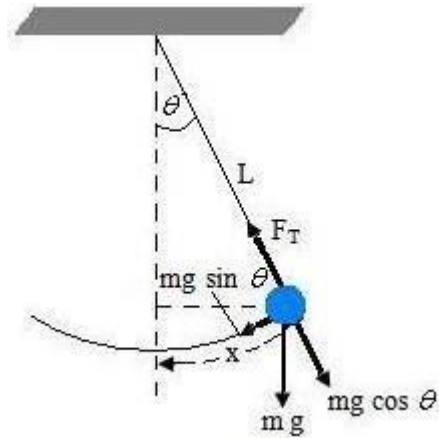
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Rumus terakhir menunjukkan besaran yang mempengaruhi periode ayun sebuah getaran pegas, yaitu massa beban yang digantung dan konstanta pegas, menurut rumus tersebut, makin besar massa beban makin lama periode getarannya. secara matematis hubungan periode dan massa beban dapat dinyatakan dalam grafik (T^2 - m):



grafik diatas menunjukkan bahwa hubungan antara kuadrat periode getaran dengan massa benda adalah linier,

Pada getaran pendulum, sumber gaya pulih dapat ditunjukkan dengan gambar berikut :



dari gambar diketahui bahwa gaya yang arahnya menuju titik setimbang adalah komponen gaya berat yang besarnya sama dengan $mg \sin \theta$, jika sudut θ kecil, maka nilai $\sin \theta = x/L$, sehingga diperoleh hubungan :

$$-m\omega^2 x = -mg \sin \theta$$

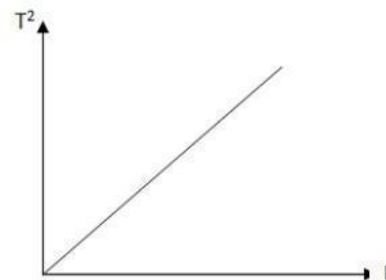
$$\omega^2 x = g \frac{x}{L}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\frac{4\pi^2}{T} = \frac{g}{L}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Rumus terakhir menunjukkan besaran yang mempengaruhi periode ayun sebuah pendulum, yaitu panjang tali dan percepatan gravitasi, menurut rumus tersebut, makin panjang tali makin lama periode getarannya. secara matematis hubungan periode dan panjang tali dapat dinyatakan dalam grafik (T^2 - L):



grafik diatas menunjukkan bahwa hubungan antara kuadrat periode getaran dengan panjang tali adalah linier.

KECEPATAN GETARAN HARMONIS

Yang dimaksud dengan kecepatan disini adalah kecepatan gerak benda ketika berayun, secara mudah dapat diturunkan dari fungsi posisi :

$$v = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t)$$

$$v = \omega A \cdot \cos \omega t$$

$$v = v_{max} \cdot \cos \omega t$$

kecepatan maksimum dicapai jika nilai cosinusnya adalah 1, yaitu ketika nilai sudut fasenya adalah 0, 180, 360 dan seterusnya, artinya kecepatan maksimum dicapai ketika benda berada pada titik setimbangnya. dan kecepatan benda yang bergetar akan minimum ketika di simpangan terjauh atau pada posisi amplitudo.

PERCEPATAN GETARAN

yang dimaksud dengan percepatan disini adalah besarnya perubahan kecepatan gerak benda ketika berayun, secara mudah dapat diturunkan dari fungsi kecepatan :

$$a = \frac{d}{dt}(\omega A \cdot \cos \omega t)$$

$$a = -\omega^2 A \cdot \sin \omega t$$

$$a = -\omega^2 y$$

atau

$$a = -a_{max} \cdot \sin \omega t$$

percepatan maksimum dicapai jika nilai sinusnya adalah 1, yaitu ketika nilai sudut fasenya adalah 90, 270, dan seterusnya. tanda negatif dari percepatan menunjukkan bahwa arah percepatan berlawanan dengan arah simpangannya.

ENERGI POTENSIAL GETARAN HARMONIS

secara perhitungan diturunkan dari Energi potensial pegas :

$$E_p = \frac{1}{2}ky^2$$

$$= \frac{1}{2}kA^2 \sin^2 \omega t$$

Nilai maksimum energi potensial diperoleh ketika simpangannya (y) maksimum, atau dalam

fungsi sinus nilai maksimumnya ketika nilai sinusnya sama dengan 1. ($\omega t = 90^\circ$)

ENERGI KINETIK GETARAN HARMONIS

Energi kinetik getaran harmonis secara perhitungan diperoleh dari rumus energi kinetik umum ($\frac{1}{2}mv^2$) :

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{2}kA^2 \cos^2 \omega t$$

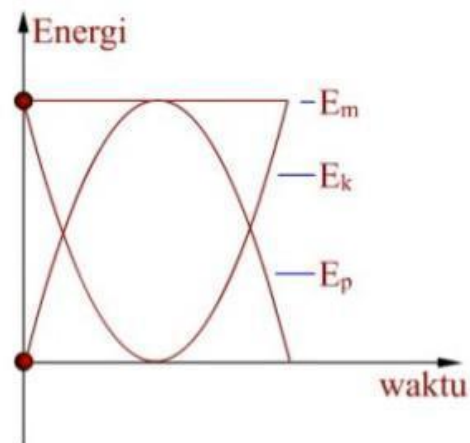
$$= \frac{1}{2}kA^2 (1 - \sin^2 \omega t)$$

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$$

berdasarkan rumus tersebut, energi kinetik maksimum diperoleh pada saat benda berada di titik setimbang ($\cos \omega t = 0$).

ENERGI MEKANIK GETARAN PEGAS

Adalah jumlah dari energi kinetik dan energi potensial getaran ($E_m = E_k + E_p$). bahwa energi mekanik pada getaran harmonis sepanjang tidak ada gaya yang bekerja dari luar, bersifat kekal hanya saja komponen didalamnya mengalami perubahan yaitu energi potensial dan energi kinetiknya. perubahan besar energi potensial, energi kinetik dan energi mekaniknya ditunjukkan pada grafik berikut :



dari grafik dijelaskan bahwa antara energi kinetik dan energi potensial pada getaran harmonik berubah-ubah sepanjang getaran dengan perubahannya membentuk pola berulang (pola sinus dan pola cosinus), sedangkan energi mekaniknya tetap. energi kinetik getaran mencapai nilai maksimum ketika berada di titik

setimbang, sedangkan energi potensial mencapai nilai maksimum ketika berada pada simpangan yang paling jauh. pada perubahan E_p dan E_k , ketika nilai E_p berkurang, maka nilai E_k akan bertambah, demikian sebaliknya.

Contoh Soal

01. Sebuah ayunan dibuat dengan tali yang pada ujung bawahnya digantungi beban. panjang tali adalah 80 cm. setelah diberi simpangan dan kemudian dilepas. berapakah periode ayun tali tersebut ?

diketahui:

$$L = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

Jawab:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,8}{10}}$$

$$T = 1,78 \text{ s}$$

02. sebuah pegas dengan konstanta 50 N/m digantung vertikal, ujung bawah diberi beban 0,2 kg. pegas ditarik ke bawah 5 cm kemudian dilepaskan sehingga berayun naik turun. berapakah frekwensi getarannya ?

Diketahui:

$$k = 50 \text{ N/m}$$

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

Jawab:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{50}{0,2}}$$

$$f = 99,3 \text{ Hz}$$

03. Sebuah benda bergerak membentuk gerak harmonis dengan persamaan

$$y = 0,04 \sin 20\pi t$$

dengan y adalah simpangan dalam satuan meter, t adalah waktu dalam satuan sekon. Tentukan beberapa besaran dari persamaan getaran harmonis tersebut:

a) amplitudo

$$A = 0,04 \text{ m}$$

b) frekuensi

$$2\pi f = 20\pi$$

$$2f = 20$$

$$f = 10 \text{ Hz}$$

c) periode

$$1/f = 1/10 = 0,1 \text{ s}$$

d) simpangan maksimum

$$y_{\max} = A = 0,04 \text{ m}$$

e) simpangan saat $t = 1/60$ sekon

$$y = 0,04 \sin (20\pi t)$$

$$y = 0,04 \sin (20\pi \cdot 1/60)$$

$$y = 0,04 \sin (1/3 \pi)$$

$$y = 0,04 \sin 60$$

$$y = 0,035 \text{ m} = 3,5 \text{ cm}$$

f) simpangan saat sudut fasenya 45°

$$y = 0,04 \sin 45^\circ$$

$$y = 0,028 \text{ m} = 2,8 \text{ cm}$$

g) sudut fase saat simpangannya 0,02 meter

$$y = 0,04 \sin \theta$$

$$0,02 = 0,04 \sin \theta$$

$$\sin \theta = 0,02/0,04$$

$$\sin \theta = 0,5$$

$$\theta = 30^\circ$$

04. Sebuah benda yang massanya 200 gram bergetar harmonik dengan periode 0,2 sekon dan amplitudo 2 cm. Tentukan :

a) besar energi kinetik saat simpangannya 1 cm

b) besar energi potensial saat simpangannya 1 cm

c) besar energi total

Diketahui:

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

$$T = 0,2 \text{ s}$$

$$A = 0,02 \text{ m}$$

$$y = 0,01 \text{ m}$$

Jawab:

(a)

$$E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - y^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - y^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right) (A^2 - y^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2} 0,2 \left(\frac{4\pi^2}{0,2^2} \right) (0,02^2 - 0,01^2)$$

$$E_k = 0,03 \text{ Joule}$$

(b)

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2 \omega t$$

$$E_p = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} m \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right) y^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} 0,2 \left(\frac{4\pi^2}{0,2^2} \right) 0,01^2$$

$$E_k = 0,0097 \text{ Joule}$$

(c)

$$E_m = E_k + E_p$$

$$E_m = 0,03 + 0,0097$$

$$E_m = 0,0397 \text{ Joule}$$

05. Diberikan sebuah persamaan simpangan gerak harmonik

$y = 0,04 \sin 100 t$ dimana y dlm meter dan t dalam sekon.

Tentukan:

- persamaan kecepatan
- kecepatan maksimum
- persamaan percepatan

Jawab:

$$v = \omega A \cos \omega t$$

a) $v = 100 \cdot 0,04 \cos 100t$

$$v = 4 \cos 100t$$

b) Kecepatan maks = $\omega A = 4 \text{ m/s}$

$$v = -\omega^2 A \sin \omega t$$

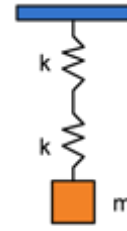
c) $v = -100^2 \cdot 0,04 \sin 100t$

$$v = -400 \sin 100t$$

06. Sebuah beban bermassa 250 gram digantung dengan sebuah pegas yang memiliki konstanta 100 N/m kemudian disimpangkan hingga terjadi getaran selaras. Tentukan periode getarannya!

07. Sebuah bandul matematis memiliki panjang tali 64 cm dan beban massa sebesar 200 gram. Tentukan periode getaran bandul matematis tersebut, gunakan percepatan gravitasi bumi $g = 10 \text{ m/s}^2$

08. Dua buah pegas identik dengan konstanta masing-masing sebesar 200 N/m disusun seri seperti terlihat pada gambar berikut.



Beban m sebesar 2 kg digantungkan pada ujung bawah pegas. Tentukan periode ayun sistem pegas tersebut!

09. Tentukan besarnya sudut fase saat :

- energi kinetik benda yang bergetar sama dengan energi potensialnya
- energi kinetik benda yang bergetar sama dengan sepertiga energi potensialnya

10. Sebuah balok bermassa 0,5 kg dihubungkan dengan sebuah pegas ringan dengan konstanta 200 N/m. Kemudian sistem tersebut berosilasi harmonis. Jika diketahui simpangan maksimumnya adalah 3 cm, maka kecepatan maksimum adalah....

11. Sebuah benda bermassa 50 gram bergerak harmonis sederhana dengan amplitudo 10 cm dan periode 0,2 s. Besar gaya yang bekerja pada sistem saat simpangannya setengah amplitudo adalah sekitar....

12. Sebuah bandul sederhana dengan panjang tali 39,2 cm dan beban 200 gram. Jika percepatan gravitasi $9,8 \text{ m/s}^2$ tentukan periode ayunan!