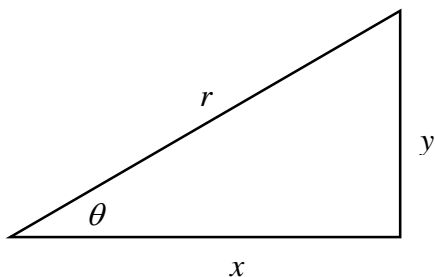


PENJUMLAHAN VEKTOR SECARA PERHITUNGAN DENGAN METODE JAJARAN GENJANG

Mengenal hubungan sudut dan sisi dalam segitiga siku-siku

Terdapat hubungan antara panjang sisi-sisi segitiga dengan sudut dalam segitiga siku-siku. Hubungannya dinyatakan dengan fungsi trigonometri, terdapat fungsi trigonometri yang digunakan yaitu: cosinus (cos), sinus (sin), tangen (tan), dan masih ada beberapa nama lain, dalam hal ini sementara tiga saja yang kita kenalkan



$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

Contoh :

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ artinya perbandingan sisi x : r = 1 : 2, jika panjang x = 50 cm, maka panjang r = 100 cm

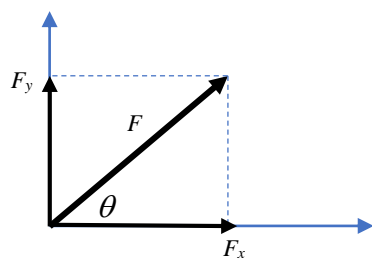
$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ artinya perbandingan sisi y : r = 1 : 2, jika panjang y = 25 cm, maka panjang r = 50 cm

$\tan 45^\circ = 1$, artinya perbandingan sisi y : x = 1 : 1, jika panjang sisi y = 25 cm, maka panjang sisi x = 25 cm

Sudut istimewa dengan nilai trigonometrinya:

θ	0	30	37	45	53	60	90
Cos	1	0,866	0,8	0,707	0,6	0,5	0
Sin	0	0,5	0,6	0,707	0,8	0,866	1
tan	0	0,577	0,75	1	1,327	1,732	~

Menghitung besar vektor :



Besar vektor \vec{F} :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

F_x dan F_y adalah vector komponen dari vector F

Arah vektor \vec{F} :

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right)$$

Fungsi \tan^{-1} adalah kebalikan dari fungsi tan
Fungsi \sin^{-1} adalah kebalikan dari fungsi sin
Fungsi \cos^{-1} adalah kebalikan dari fungsi cos

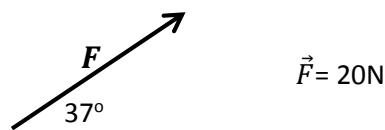
Contohnya:

$$\tan 45^\circ = 1 \text{ maka } \tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

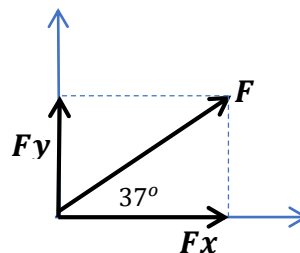
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ maka } \sin^{-1}(1/2) = 30^\circ$$

Vektor Komponen

Dalam perhitungan berkaitan dengan penjumlahan, Besaran vector dapat diuraikan menjadi komponennya pada arah sumbu koordinat, untuk dua dimensi komponen vector dalam arah sumbu x dan sumbu y Sebagai berikut :



Dimasukkan dalam sumbu koordinat dan diuraikan pada arah sumbu x dan y menjadi :



Besar F_x dan F_y masing-masing :

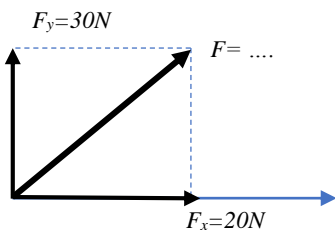
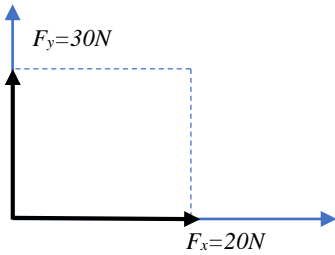
$$F_x = F \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16N$$

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12N$$

Jadi karena vector F posisinya miring terhadap sumbu x dan sumbu y, maka vector F tersebut memiliki komponen horizontal dan komponen vertikal. Jika vector F sejajar sumbu X, berarti tidak memiliki komponen arah vertical, demikian pula jika vector komponen sejajar sumbu y, berate tidak punya komponen horizontal.

Menguraikan besaran vector ini berlaku untuk semua besaran vector.

Menentukan besar dan arah vector jika vector komponennya diketahui



Besar vektor \vec{F} :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{20^2 + 30^2} = \sqrt{400 + 900} = \sqrt{1300}$$

$$F = 36,06N$$

Arah vektor \vec{F} :

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

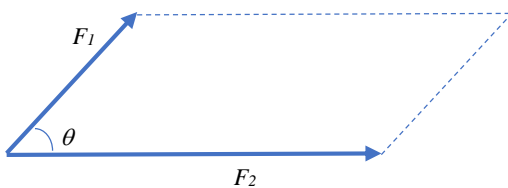
$$\tan \theta = \frac{30}{20} = 1,5$$

$$\theta = \tan^{-1}(1,5)$$

$$\theta = 56,31^\circ$$

Jadi besar F adalah 36,06 N dan arahnya adalah $56,31^\circ$ dari sumbu x

Penjumlahan vektor dengan metode jajaran genjang

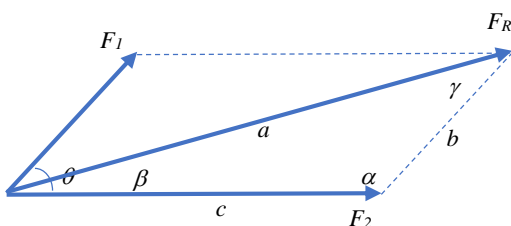


Menggunakan rumus :

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

θ adalah sudut yang diapit oleh kedua vektor.

Arah vektor resultan



Arah vektor resultan

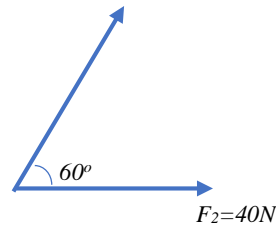
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$\sin \alpha = \sin (180-\alpha)$, sedangkan sudut $180-\alpha =$ sudut θ , sehingga persamaan bisa ditulis menjadi :

$$\frac{a}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Yang dimaksud dengan arah vektor resultan dalam penjumlahan menggunakan metode jajaran genjang adalah sudut β dari arah F_2 atau sudut $(\theta - \beta)$ dari arah F_1 .

contoh : $F_1=50N$



Berapakah resultan gaya dan arah resultan gaya ?

Besar Resultan gaya (F_R) :

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$F_R = \sqrt{50^2 + 40^2 + 2.50.40 \cos 60}$$

$$F_R = \sqrt{2500 + 1600 + 4000.0,5}$$

$$F_R = \sqrt{2500 + 1600 + 2000}$$

$$F_R = \sqrt{6100} = 78,10N$$

Arah F_R :

$$\frac{a}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{F_R}{\sin 60} = \frac{F_1}{\sin \beta}$$

$$\frac{78,10}{\sin 60} = \frac{50}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{50}{78,10} \sin 60$$

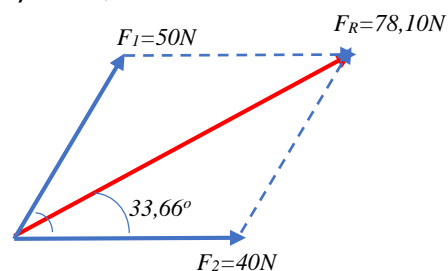
$$\sin \beta = \frac{50}{78,10} \sin 60$$

$$\sin \beta = 0,64 \times 0,866$$

$$\sin \beta = 0,554$$

$$\beta = \sin^{-1}(0,554)$$

$$\beta = 33,66^\circ$$



Jadi besar resultan gaya antara $F_1=50\text{N}$ dengan $F_2=40\text{ N}$ adalah $78,10\text{N}$, yang arahnya adalah $33,66^\circ$ dari arah vektor gaya F_2

Latihan:

Dua buah gaya besarnya masing-masing $F_1= 30^\circ$ dan $F_2=40^\circ$, kedua vektor gaya mengapit sudut 37° , hitunglah besar resultannya dan tentukan arah resultan gaya terhadap arah vektor gaya F_1